VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STAVEBNÍ

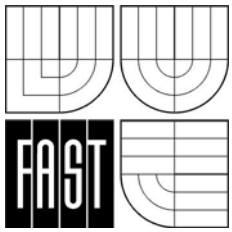
DOC. ING. JAROSLAV NAVRÁTIL, CSC.

ING. MILOŠ ZICH, Ph.D.

PŘEDPJATÝ BETON

PRŮVODCEM PŘEDMĚTEM BL11

MODUL P01



STUDIJNÍ OPORY
PRO STUDIJNÍ PROGRAMY S KOMBINOVANOU FORMOU STUDIA

© Jaroslav Navrátil, Miloš Zich, Brno 2006

OBSAH

1 Úvod 5
1.1 Cíle 5
1.2 Požadované znalosti 5
1.3 Doba potřebná ke studiu 5
1.4 Klíčová slova 5
1.5 Použitá terminologie 6
1.6 Metodický návod na práci s textem 6
2 Průvodce předmětem 7
2.1 Úvod do předpjatého betonu 8
2.2 Materiálové vlastnosti 8
2.3 Technologie předpjatého betonu 9
2.4 Ztráty předpětí třením a pokluzem 10
2.5 Další změny (ztráty) předpětí 11
2.6 Účinky předpětí na konstrukce 12
2.7 Návrh předpětí 13
2.8 Omezení normálových napětí od provozních účinků zatížení 14
2.9 Statická analýza postupně budovaných předpjatých konstrukcí 14
2.10 Mezní únosnost prvků namáhaných osovou silou a ohybem 15
2.11 Prvky namáhané smykem a kroucením 16
2.12 Analýza kotevní oblasti 16
2.13 Mezní stavy použitelnosti 17
3 Předem předpjatá vaznice 18
3.1 Zadání příkladu 18
3.2 Ověření průřezu a návrh předpětí 19
3.2.1 Materiálové charakteristiky 19
3.2.2 Krytí předpínací výztuže 20
3.2.3 Zatížení 20
3.2.4 Výpočet vnitřních sil 21
3.2.5 Průřezové charakteristiky 22
3.2.6 Stabilita nosníku v příčném směru 23
3.2.7 Návrh předpětí 24
3.2.8 Rozmístění lan a charakteristiky ideálního průřezu 27
3.2.9 Kotvení předem předpjaté výztuže 29
3.3 Výpočet ztrát předpětí 30
3.3.1 Okamžité ztráty při napínání (interval 0-1den) 30
3.3.2 Dlouhodobé (provozní) ztráty v polovině rozpětí nosníku 35
3.3.2.1 Změna předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu $\Delta\sigma_{peg1}$ 36
3.3.2.2 Ztráta relaxací $\Delta\sigma_{pr}$ 36
3.3.2.3 Vliv zvýšené teploty na stáří betonu 37
3.3.2.4 Ztráta smršťováním $\Delta\sigma_{ps}$ 38

3.3.2.5 Ztráta dotvarováním betonu $\Delta\sigma_{pc}$ 39
3.3.2.6 Změna předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu $\Delta\sigma_{peq}$ 42
3.3.3 Ztráty předpětí u podpory (l_{pt2}) 43
3.3.3.1 Okamžité ztráty při napínání (interval 0-1den) 43
3.3.3.2 Dlouhodobé provozní ztráty 44
3.4 Mezní stavy omezení napětí a kontroly trhlin v betonu 47
3.4.1 Průřez v polovině rozpětí v čase t=∞ 47
3.4.1.1 Omezení napětí v předpínací výztuži 47
3.4.1.2 Omezení napětí v betonu 47
3.4.2 Průřez u podpory v čase $t=t_a$ 49
3.4.2.1 Omezení napětí v předpínací výztuži 49
3.4.2.2 Omezení napětí v betonu 49
3.5 Mezní stav únosnosti při porušení momentem a normálovou silou ... 52
3.5.1 Průřez v polovině rozpětí (l/2) v čase t=∞ 52
3.5.2 Průřez u podpory v čase $t=t_a$ 55
3.6 Mezní stav únosnosti při porušení posouvající silou 56
3.6.1 Posouzení styčníku u podpory 57
3.6.2 Posouzení ve vzdálenosti d od líce podpory 59
3.7 Příklad vyztužení předem předpjatých vaznic 60
4 Závěr 63
4.1 Shrnutí 63
4.2 Studijní prameny 63
4.2.1 Seznam použité literatury 63
4.2.2 Seznam doplňkové studijní literatury 64
4.2.3 Odkazy na další studijní zdroje a prameny 64
4.3 Označení některých veličin 64
4.3.1 Latinská písmena 64
4.3.2 Řecká písmena 65
5 Přílohy 67
5.1 Pracovní diagram předpínací výztuže 67
5.2 Typy předpínacích lan 67

1 Úvod

1.1 Cíle

Tento text je průvodcem ke studiu, který je doplněn příkladem řešení předem předpjatého nosníku. Primárním cílem je návod ke studiu předpjatého betonu s použitím níže uvedené studijní literatury. Řešený příklad by měl umožnit procvičení části získaných znalostí.

V průvodci najdete odkazy na studijní materiály, kde jsou vysvětleny základní principy chování předpjatých betonových prvků a konstrukcí, vlastnosti používaných materiálů, základy technologie a jsou uvedeny předpínací systémy a postupy nejčastěji používané v předpjatém betonu. Důležitou částí nabytých znalostí je určení velikosti předpětí a účinků předpětí na staticky určité a staticky neurčité konstrukce metodou ekvivalentního zatížení. V návaznosti se seznámíme se základy statické analýzy postupně budovaných předpjatých konstrukcí. V práci je rovněž řešena mezní únosnost předpjatých betonových prvků namáhaných osovou silou, ohybem, smykem a kroucením a dále analýza kotevní oblasti s odkazy na základy mezní plastické analýzy metodou příhradové analogie. Seznámíme se rovněž s principy posouzení mezních stavů použitelnosti.

1.2 Požadované znalosti

Předkládaný text předpokládá základní znalosti čtenáře z oblastí: matematika, fyzika, stavební mechanika, pružnost, plasticita, stavební materiály, prvky betonových konstrukcí (moduly CM 1 až CM 4) a betonové konstrukce (moduly CS 1 až CS 4). Pokud student nemá dostatečné znalosti předchozí látky, bude se jen těžko orientovat v řešené problematice.

1.3 Doba potřebná ke studiu

Doba potřebná ke studiu je individuální a závisí na schopnostech a průpravě studenta v předchozím studiu. Vychází z rozsahu předmětu ve studijním programu s prezenční formou studia 52 hodin. Odhadujeme, že potřebná doba pro nastudování teorie je 50 až 80 hodin a doba potřebná pro zpracování příkladu je 50 až 70 hodin, celkem tedy 100 až 150 hodin.

1.4 Klíčová slova

Beton, předpětí, konstrukce, analýza, posouzení, mezní stav použitelnosti (MSP), mezní stav únosnosti (MSU).

1.5 Použitá terminologie

Použitá terminologie a označení veličin jsou uvedeny v [12] , kapitola 13, strana 153 až 157. Anglické ekvivalenty jsou uvedeny v [13] , kapitola 13, strana 172 až 176. Jednotlivé termíny jsou vysvětleny v textu [12] a [13].

1.6 Metodický návod na práci s textem

Text je rozdělen do pěti kapitol. V kapitole 1 je úvod, v kapitole 2 průvodce ke studiu, ve kterém naleznete odkazy na jednotlivé kapitoly a strany níže citované literatury. Použitá literatura pokrývá požadovaný rozsah teoretických znalostí a obsahuje některé řešené příklady k procvičení. V kapitole 3 je uveden praktický příklad výpočtu předem předpjatého nosníku, který by měl umožnit procvičení získaných znalostí. V kapitole 4 jsou citace studijních pramenů a v kapitole 5 přílohy obsahující použité tabulky a diagramy předpínací výztuže. Text je třeba studovat postupně vždy nejprve teoretickou část v citované literatuře a poté aplikovat teoretické znalosti na praktické řešení konstrukce v kapitole 3. Pokud není příslušná část jasná, je třeba začít studovat znovu a nepokračovat ve studiu nové látky.

2 Průvodce předmětem

Tato kapitola, označená jako průvodce předmětem, Vám pomůže nastudovat nezbytnou teorii podle doplňkové literatury [12] a [13] citované v kapitole 4.2.2, případně literatury citované v kapitole 4.2.1. Průvodce tvoří pouze osnovu probírané látky a prakticky se v něm nevyskytují technické informace vztahující se k předmětu studia. Proto je nezbytné si alespoň publikaci [12] před zahájením studia opatřit. Kromě této literatury Vám doporučujeme zakoupit základní normu pro navrhování betonových konstrukcí ČSN EN 1992-1-1 [1].

Odborná literatura citovaná v kapitole 4.2.1 Vám umožní detailně prostudovat probíranou látku, její studium však není pro složení zkoušky nezbytně nutné. V kapitole 4.2.3 pak naleznete odkazy na další studijní zdroje a prameny používané pro praktické projektování, analýzu a posouzení konstrukcí.

Teoretická část není vázána striktně na žádnou z národních norem. Důvodem není pouze jistá nejednotnost postupů a metod používaných v praxi způsobená souběžnou platností norem národních a norem vytvářených pro sjednocující se Evropu (EN). Hlavním důvodem je obava, že se pouhou reprodukcí či interpretací normových ustanovení může vytratit myšlenka. Proto je kladen důraz na podstatu předpjatého betonu – jeho technologii a statické působení vycházející z mechanicko-fyzikálních vlastností materiálu. Řádné pochopení podstaty problému je pro budoucího inženýra potřebnější než spoléhání se na soubor pouček či empirických vzorců pro posouzení konstrukce. Konsekvencí tohoto způsobu výkladu je pro studenta nutnost vyššího úsilí při projektování podle konkrétních norem.

Praktický příklad výpočtu předem předpjatého nosníku v kapitole 3 je proveden důsledně podle ČSN EN 1992-1-1 [1].

2.1 Úvod do předpjatého betonu

Cílem této kapitoly je pochopit podstatu předpjatého betonu, statické působení předpjatého betonu a dozvědět se o základních mezních stavech ve vývoji předpjatého betonu a o významných osobnostech v oboru. Prostudujte si kapitolu 1 publikace [12].

Doba potřebná ke studiu by neměla být delší než 1 hodinu včetně procvičení látky.

Úkol 2.1.1

Proveďte zjednodušený rozbor vlivu velikosti napětí v předpínací výztuži na ztrátu předpětí od smršťování a dotvarování betonu.

Řešení

Řešení úkolu 2.1.1 je uvedeno v [12] na straně 8.

Kontrolní otázky

Co to je tlaková rezerva v předpjatém betonu?

Vyjmenujte a vysvětlete tři možné koncepce návrhu předpjatého betonu.

Vysvětlete rozdíly v působení prostého, železového a předpjatého betonu.

2.2 Materiálové vlastnosti

V této kapitole byste měli rozšířit své znalosti o materiálových vlastnostech betonu a betonářské výztuže a získat nové informace o výrobě, typech a materiálových vlastnostech předpínací výztuže a injektáží malty. Prostudujte si kapitolu 2 publikace [12]. Pro doplnění je vhodné nastudovat rovněž kapitolu 2.3.2 publikace [13].

Doba potřebná ke studiu by neměla být delší než 5 hodin včetně procvičení látky.

Úkol 2.2.1

Odvoďte vzájemný vztah mezi veličinami: funkce poddajnosti, koeficient dotvarování a míra dotvarování.

Úkol 2.2.2

Graficky znázorněte princip superpozice přetvoření jednoose namáhaného elementu a odvoďte vzorec pro celkové mechanické přetvoření.

Řešení

Výsledek řešení úkolu 2.2.1 je uveden v [12] na straně 19, vzorec (2.9).

Výsledek řešení úkolu 2.2.2 je uveden v [12] na straně 20, Obr. 2-9 a vzorce (2.11) a (2.13).

Kontrolní otázky

Jaké je složení betonové směsi pro výrobu předpjatého betonu?

Pracovní diagram betonu v jednoosém tlaku. Pracovní diagram betonu pro dimenzování. Trojosá napjatost.

Modul pružnosti a stárnutí betonu.

Dotvarování a smršťování betonu. Výpočet přetvoření betonu při konstantním a proměnlivém napětí.

Vysvětlete rozdíly mezi teorií zpožděné pružnosti a teorií stárnutí. Jaké znáte kombinované teorie?

Vysvětlete princip zvýšení meze kluzu a pevnosti tvářením za studena.

Popište výrobní proces předpínací výztuže.

Co jsou relaxační tabulky a jak se používají?

Co jsou S-N křivky předpínací výztuže?

Jaké jsou požadavky na injektážní maltu?

2.3 Technologie předpjatého betonu

Pro porozumění podstaty předpjatého betonu a pro správný návrh předpjaté konstrukce je pro inženýra naprosto nezbytná znalost technologie, předpínacích systémů a postupů používaných v předpjatém betonu. Proto se jim věnujte náležitou pozornost. Základy technologie předem a dodatečně předpjatého betonu, jakož i terminologie a důležité definice, jsou popsány kapitole 3 publikace [12].

Doba potřebná ke studiu je asi 4 hodiny včetně ověření znalostí kontrolními otázkami.

Úkol 2.3.1

Srovnejte graficky průběh napětí od jednotlivých typů zatížení pro různé stupně předpětí.

Řešení

Výsledek řešení úkolu 2.3.1 je uveden v [12] na straně 33, Obr. 3-1.

Kontrolní otázky

Srovnejte technologii předem a dodatečně předpjatého betonu.

Popište princip výroby předem předpjatého betonu.

Co to je separace lan? Vysvětlete důvody, proč se používá. Existuje alternativa?

Jaké jsou základní prvky vícelanových předpínacích systémů se soudržností?

Jaký je princip samosvorného kotvení pomocí kotevního kuželíku a kotevní objímky?

Jednolanové předpínací systémy bez soudržnosti.

Předpínací systémy využívající předpínací tyče.

Předpínací systémy s vnější volnou výztuží.

Ovíjené konstrukce.

2.4 Ztráty předpětí třením a pokluzem

V této kapitole je třeba nastudovat, jak se mění předpínací síla po délce kabelu a v čase. Klasifikace okamžitých a dlouhodobých ztrát předpětí je uvedena na str. 48-49 publikace [12]. V kapitolách 4.1 a 4.2 jsou vysvětleny ztráty předpětí třením a pokluzem.

Doba potřebná ke studiu by neměla být delší než 5 hodin včetně procvičení látky.

Příklad 2.4.1

Vypočtěte napětí po ztrátě třením na kabelu znázorněném na Obr. 4-3 a popsaném v Tab. 4-1 publikace [12].

Příklad 2.4.2

Vypočtěte protažení kabelu znázorněného na Obr. 4-3 a popsaného v Tab. 4-1 publikace [12].

Příklad 2.4.3

Proveďte přibližný výpočet ztráty pokluzem u kabelu znázorněného na Obr. 4-3 a popsaného v Tab. 4-1 publikace [12].

Úkol 2.4.1

Odvoďte základní průřezové charakteristiky ideálního průřezu.

Úkol 2.4.2

Odvoďte vzorec pro celkovou změnu předpínací síly mezi body A a B po délce kabelu v důsledku tření mezi kabelem a stěnami kabelového kanálku.

Úkol 2.4.3

Odvoďte rovnice pro výpočet dosahu pokluzu.

Řešení

Výsledek řešení příkladu 2.4.1 je uveden v [12] v Tab. 4-2 na straně 52.

Princip výpočtu i výsledek řešení příkladu 2.4.2 je uveden v [12] na straně 53.

Princip výpočtu i výsledek řešení příkladu 2.4.3 je uveden v [12] v Tab. 4-3 na straně 56.

Princip řešení úkolu 2.4.1 je uveden v [12] na straně 49.

Princip řešení úkolu 2.4.2 je uveden v [12], vzorce (4.3) až (4.7).

Řešení úkolu 2.4.3 je uveden v [12], vzorce (4.14) až (4.19).

Kontrolní otázky

Jaké znáte ztráty okamžité a ztráty dlouhodobé?

Proveďte rozbor možných variant ztrát předpětí pokluzem při napínání z obou konců kabelu.

2.5 Další změny (ztráty) předpětí

Ztráty předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu, ztráta předpětí relaxací předpínací výztuže a další ztráty předpětí okamžité i dlouhodobé jsou uvedeny v kapitolách 4.3 až 4.8 publikace [12]. Pro doplnění je třeba nastudovat rovněž kapitolu 4.4 publikace [13].

Dobu potřebnou ke studiu odhadujeme na 5 hodin včetně procvičení látky.

Příklad 2.5.1

Vypočtěte relaxační tabulky (tj. tabulku celkových úbytků napětí relaxací v čase nekonečno jako násobků působícího napětí a tabulku úbytků napětí relaxací v závislosti na čase jako násobků celkového úbytku napětí relaxací v čase nekonečno) popouštěných lan s charakteristikami f_{pk} = 1 800 MPa a $f_{0.2}$ = 1530 MPa podle EN 1992-1-1.

Příklad 2.5.2

Předpokládejme, že napětí v předpínací výztuži (z popouštěných lan, f_{pk} = 1 800 MPa) vyvozené předpínací pistolí při předpínání σ_{p0} = 1440 MPa se podrží po dobu 5 minut. Po zakotvení předpínací výztuže napětí poklesne na σ_{pa} = 1280 MPa. Vypočtěte ztrátu relaxací ve 365 dnech $\Delta\sigma_{pr}^{365}$ podle Annex D normy ČSN EN 1992-1-1.

Úkol 2.5.1

Dokažte, že platí, že přírůstek napětí v betonu vypočtený na ideálním průřezu způsobený celkovou vnesenou předpínací silou P je roven přírůstku napětí vypočtenému na betonové části průřezu při zohlednění ztráty okamžitým pružným přetvořením od působící předpínací síly P.

Řešení

Výsledek řešení příkladu 2.5.1 je uveden v [13] v Tab. 4-4 s využitím vzorců (4.37) a (4.38).

Výsledek řešení příkladu 2.5.2 je uveden v [13] v Tab. 4-7.

Řešení úkolu 2.5.1 je uvedeno v [12] na stranách 60-61.

Kontrolní otázky

Projevuje se ztráta předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu při předpínání u dodatečně předpjatého betonu? Vysvětlete.

Má vlastní tíha nosníku vliv na ztrátu předpětí postupným předpínáním v případě excentrické polohy kabelů?

Výpočet ztráty předpětí přetvořením opěrného zařízení.

Výpočet ztráty předpětí způsobené rozdílem teplot předpínací výztuže a opěrného zařízení.

Přibližné určení ztráty předpětí dotvarováním a smršťováním betonu.

2.6 Účinky předpětí na konstrukce

Účinky předpětí na konstrukce je třeba vyšetřovat s ohledem na fáze působení předpjaté konstrukce. Vhodnou metodou pro vyšetřování těchto účinků je metoda ekvivalentního zatížení. Vysvětlení této problematiky včetně objasnění staticky určitých a staticky neurčitých účinků předpětí naleznete v kapitolách 5.1 až 5.3 publikace [12].

Doba potřebná ke studiu by neměla být delší než 4 hodiny včetně procvičení látky.

Úkol 2.6.1

Odvoďte velikost ekvivalentního zatížení od parabolického kabelu.

Řešení

Řešení úkolu 2.6.1 je uvedeno v [12] na straně 74.

Kontrolní otázky

Popište jednotlivé fáze působení předpjaté konstrukce přičemž vyjmenujte kritické stavy a kombinace zatížení rozhodující pro posouzení únosnosti a provozuschopnosti konstrukce.

Vysvětlete silové působení kabelu na beton.

Stanovení ekvivalentního zatížení od předpětí u nosníků s proměnným průřezem.

Vysvětlete vznik staticky neurčitých účinků předpětí.

2.7 Návrh předpětí

Vysvětlení pojmů tlaková čára, konkordantní kabel, lineární transformace kabelu a návrh předpětí metodou vyrovnání zatížení můžete nastudovat v kapitolách 5.4 až 5.6 publikace [12].

Dobu potřebnou ke studiu odhadujeme na 3 hodiny včetně procvičení látky.

Kontrolní otázky

Jak lze určit poloha tlakové čáry z polohy těžiště kabelu a průběhu sekundárních momentů?

Co to je konkordantní kabel?

Určení polohy konkordantního kabelu z průběhu momentů od vnějšího zatížení.

Lineární transformace kabelu.

Návrh a trasování kabelu spojitého nosníku metodou vyrovnání zatížení.

Jak určíte průměrný kabel?

2.8 Omezení normálových napětí od provozních účinků zatížení

Omezení normálových napětí od provozních účinků zatížení je jedním ze způsobů posouzení předpjaté betonové konstrukce. Kvůli jednoduchosti výpočtu jsou navíc požadavky na úroveň normálových napětí od provozních účinků s oblibou využívány při návrhu předpětí. Tato témata studujte v kapitole 6 publikace [12].

Dobu potřebnou ke studiu odhadujeme na 2 hodiny včetně odpovědí na kontrolní otázky.

Kontrolní otázky

Výpočet normálových napětí od provozních účinků zatížení, návrh předpětí z podmínek pro napětí v kritických řezech.

Definujte taženou, tlačenou a předtlačenou oblast.

Jak se určuje odolnost proti vzniku trhlin?

Určete přípustnou zónu umístění těžiště kabelu v prostém nosníku tak, aby v průřezu nevznikala tahová napětí.

Určete přípustnou zónu pro polohu tlakové čáry v poli spojitého nosníku tak, aby v průřezu nevznikala tahová napětí.

2.9 Statická analýza postupně budovaných předpjatých konstrukcí

Jedním z hlavních rysů moderních nosných konstrukcí je jejich postupná výstavba (montáž či betonáž), při které konstrukce prochází množstvím výrobních stádií, v nichž dochází ke změnám statického působení konstrukce. Statickou analýzu postupně budovaných předpjatých konstrukcí nastudujete v kapitolách 7.1 až 7.3 publikace [12].

Doba potřebná ke studiu by neměla být delší než 4 hodiny včetně úkolu a procvičení látky.

Úkol 2.9.1

Proveďte integraci per-partes integrální rovnice (2.13) [12].

Úkol 2.9.2

Ověřte, zda je derivace koeficientu dotvarování podle Dischingera, Mörsche a ČSN 73 1201 (vzorce (2.15) až (2.17) [12]) konstantní. Platí tzv. afinita dotvarování?

Řešení

Výsledek řešení úkolu 2.9.1 je uveden v [12] na straně 93, rovnice (7.1).

Výsledek řešení úkolu 2.9.2 je uveden v [12] na straně 98-99.

Kontrolní otázky

Jmenujte tři charakteristické rysy moderních postupně budovaných konstrukcí.

Jak rozumíte pojmu nehomogenita konstrukcí z hlediska reologických vlastností betonu?

Vysvětlete věty Collonnettiho.

Jaké jsou předpoklady řešení reologických účinků na konstrukce v uzavřené formě?

Uveďte příklady redistribuce vnitřních sil vyvolané změnou nosné soustavy.

2.10 Mezní únosnost prvků namáhaných osovou silou a ohybem

V této kapitole byste měli rozšířit své znalosti o mezní únosnost prvků namáhaných osovou silou a ohybem. Změnou oproti železovému betonu bude zejména působící předpínací síla a předpínací výztuž. Prostudujte si kapitolu 8 publikace [12].

Doba potřebná ke studiu by neměla být delší než 5 hodin včetně procvičení látky.

Příklad 2.10.1

Vypočtěte únosnost předpjatého taženého prutu definovaného na str. 108 a Tab. 8-1 [12]. Proveďte výpočet ve dvou variantách, a to (i) z tzv „počáteční“ napjatosti průřezu a (ii) pomocí základní předpínací síly.

Řešení

Výsledek řešení příkladu 2.10.1 je uveden v [12] v Tab. 8-2 a 8-3.

Kontrolní otázky

Popište dva možné způsoby formulace podmínky spolehlivosti prvků namáhaných osovou silou a ohybem.

Jak se určí základní napětí v ohýbaném průřezu?

Popište princip metody mezních přetvoření pro určení mezní únosnosti předpjatého ohýbaného průřezu.

Lze exaktně určit základní napětí v obecném případě staticky neurčité konstrukce? Proč?

Mezní únosnost ohýbaných průřezů v závislosti na počáteční napjatosti průřezu.

Jaký je význam sekundárních účinků předpětí v mezním stavu únosnosti konstrukce?

2.11 Prvky namáhané smykem a kroucením

Analýza a posouzení prvků namáhaných smykem a kroucením je popsána v kapitole 9 publikace [12], případně v [13] (doplnění kapitoly 9.4).

Doba potřebná ke studiu by neměla být delší než 4 hodiny.

Kontrolní otázky

Jaký vliv má předpínací síla na posouvající síly a hlavní napětí působící na průřez?

Jak určíme nebezpečný průřez a vlákno pro posouzení hlavního tahu?

Zásady pro dimenzování smykové výztuže a výztuže k přenesení kroucení.

Příhradová analogie s variabilním úhlem diagonál.

2.12 Analýza kotevní oblasti

Posouzení spolehlivého vnesení předpínací síly do betonu naleznete v kapitole 10 publikace [12].

Doba potřebná ke studiu by neměla být delší než 4 hodiny včetně odpovědí na kontrolní otázky.

Kontrolní otázky

Jaké je rozložení napětí pod kotvou za předpokladu lineárně-pružného chování betonu?

Vysvětlete příčiny vzniku příčných napětí pod kotvou.

Jaké typy posudků je třeba provést pro kotevní oblast?

Hoyerův efekt, kotvení soudržností.

Použití metody příhradové analogie pro posouzení oblastí pod kotvami.

Vyztužení kotevní oblasti.

2.13 Mezní stavy použitelnosti

Kromě průkazu únosnosti konstrukce při působení mezního zatížení musíme také zabezpečit bezproblémovou funkčnost konstrukce zatížené běžným provozním zatížením. K tomu v moderních normách a předpisech slouží požadavky definované pod společným názvem mezní stavy použitelnosti (MSP). Prostudujte si kapitolu 11 publikace [12].

Doba potřebná ke studiu by neměla být delší než 4 hodiny včetně procvičení látky.

Kontrolní otázky

Co to je tahové zpevnění?

Popište fáze působení betonu v tahu po vzniku trhlin.

Rozdělení sil a poměrných přetvoření ve fázi rozevírání trhlin.

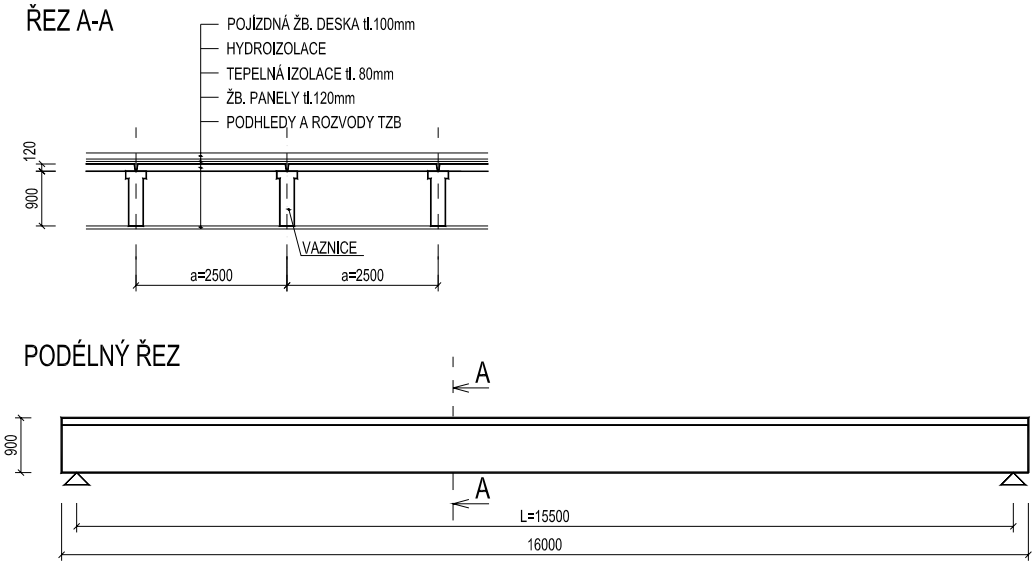
Jaké znáte možnosti výpočtu šířky trhlin?

Princip výpočtu deformace předpjatých konstrukcí.

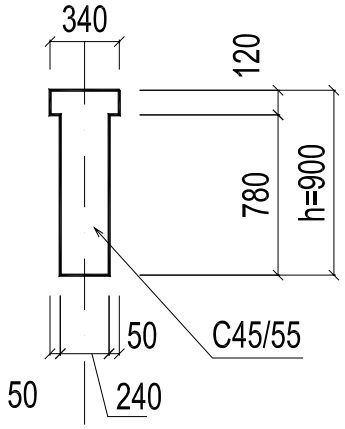
3 Předem předpjatá vaznice

3.1 Zadání příkladu

Navrhněte a posuďte vaznici z předem předpjatého betonu, která tvoří část nosné konstrukce parkoviště na střeše obchodního domu. Rozpětí vaznice L=15,5 m, vaznice jsou umístěny v osové vzdálenosti a = 2,5 m. Skladba střešního pláště je uvedena na *Obr. 3.1*. Proměnné zatížení vozidly je uvažováno v charakteristické hodnotě q_k = 2,50 kN/m$^{2.}$.



Obr. 3.1 Tvar vaznice



Obr. 3.2 Příčný řez vaznicí

Použijte beton C50/60, předpínací lana Y1770S7-15,2-A, charakteristická pevnost lan v tahu f_{pk} =1770 MPa, modul pružnosti E_p=195 GPa, γ_s=1,15.

Vaznice bude předepnuta po 24 hodinách, kdy beton již dosáhne 75% pevnosti v tlaku. V období 1 den až 28 dní bude vaznice umístěna na skládce, v 28 dnech bude zabudována do konstrukce a budou na ni položeny střešní panely, v 40 dnech bude vyhotoven střešní plášť. Od 60 dnů bude na konstrukci působit proměnné zatížení. Vaznice se nachází v prostředí XC1.

3.2 Ověření průřezu a návrh předpětí

3.2.1 Materiálové charakteristiky

Úkol

S využitím kapitoly 5 a [1] stanovte charakteristiky použitých materiálů

Řešení

Je uvedeno v následujících tabulkách.

Tab.3.1 Charakteristiky betonu

Beton	C50/60		
Charakteristická pevnost betonu v tlaku válcová	f_{ck} =	50	MPa
Charakteristická pevnost betonu v tlaku krychelná	$f_{ck,\,cube}$ =	60	MPa
dílčí součinitel materiálu (čl. 2.4.2.4 [1])	γ_c =	1,5	
návrhová pevnost v tlaku	$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$	33,33	MPa
střední hodnota pevnosti v tahu	f_{ctm} =	4.1	MPa
modul pružnosti	E_{cm} =	37	GPa
mezní přetvoření	ε_{cu3} =	-0,0035	

Tab.3.2 Charakteristiky předpínací výztuže

Předpínací výztuž			
charakteristiská pevnost	f_{pk} =	1770	MPa
smluvní mez kluzu	$f_{p,01k}$ =	1520	MPa
průměr lana	ϕ_p=	15,2	mm
dílčí součinitel materiálu (čl. 2.4.2.4 [1])	γ_s =	1,15	
návrhová pevnost	$f_{pd} = f_{p,01k}/\gamma_s$	1322	MPa
modul pružnosti	E_p =	195	GPa
plocha 1 lana	A_{p1} =	0.000140	m^2
dílčí součinitel předpětí (čl. 2.4.2.2 [1])	γ_p =	1,0	

Maximální přípustné napětí v předpínací výztuži během předpínání (čl. 5.10.2.1 [1])

$$\sigma_{p,max} = min\{\,0{,}8\,f_{pk};0{,}9\,f_{p0.1k}\,\} = min\{\,0{,}8\cdot 1770;0{,}9\cdot 1520\,\} = 1368 MPa\,.$$

Maximální přípustné napětí v předpínací výztuži bezprostředně po vnesení předpětí do betonu (čl. 5.10.3 [1])

$$\sigma_{pm0(x)} = min\{\,0{,}75\,f_{pk};0{,}85\,f_{p0.1k}\,\} = min\{\,0{,}75\cdot 1770;0{,}85\cdot 1520\,\} = 1292 MPa\,.$$

3.2.2 Krytí předpínací výztuže

Úkol

Stanovte krytí předpínací výztuže

Řešení

Třída prostředí XC1 – beton uvnitř budov s nízkou vlhkostí vzduchu (min. třída betonu C20/25 je splněna), konstrukce náleží do třídy S4 (životnost 50 let).

Nominální krycí vrstva: $c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 25 + 10 = 35mm$.

Minimální krycí vrstva

$$c_{min} = max\{ c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10mm \} =$$

$$max\{ 22,8; 25 + 0 - 0 - 0; 10mm \} = 25mm$$

Pro předem předpjatá lana minimální krycí vrstva z hlediska soudržnosti $c_{min,b} = 1,5\phi_p = 1,5 \cdot 15,2 = 22,8mm$.

Minimální hodnota krytí z hlediska třídy prostředí pro předpínací výztuž a třídu konstrukce S4 $c_{min,dur} = 25mm$ (Tab. 4.5N [1]).

Návrhový přídavek krytí $\Delta c_{dev} = 10mm$.

POZNÁMKA: za určitých okolností je možné zmenšení Δc_{dev}. Jde především o případy, kdy je při výrobě uplatněn systém zajištění kvality, ve kterém monitorování zahrnuje měření betonové krycí vrstvy. Návrhový přídavek pak může být zmenšen na 10 mm $\geq \Delta c_{dev} \geq$ 5 mm. Pokud je zajištěno, že se používají velmi přesné měřicí přístroje pro monitorování a odmítají se nevyhovující prefabrikáty, pak přídavek pro návrhovou odchylku může být zmenšen až na 0 mm.

3.2.3 Zatížení

Úkol

Podle zadané skladby střechy stanovte zatížení

Řešení

Tab.3.3 Zatížení na jednu vaznici

Stálé	**rozměr** (m)	**rozměr** (m),(m^2)	**zatížení** (kN/m^3), (kN/m^2)	**charakteristické zatížení** (kN/m)
železobetonová pojížděná deska	0,100	2,500	25,00	6,250
hydroizolace		2,500	0,200	0,500
tepelná izolace	0,080	2,500	1,000	0,200

podhledy a rozvody TZB		2,500	0,400	1,000
žb. panely	0,120	2,500	25,00	7,500
Ostatní stálé celkem g_{1k}				**15,45**

vlastní tíha g_{0k}		0,228	25,00[1]	5,700
Celkem stálé				**21,15**

Proměnné - vozidla		2,500	2,500	6,250
dynamický součinitel	1,2			
vozidla				7,500
Celkem proměné q_k =				**7,500**

Celkem stálé+proměnné f_k	**28,65**

Návrhové hodnoty zatížení:

- od vlastní tíhy $g_{0d} = g_{0k} \cdot \gamma_F = 5{,}700 \cdot 1{,}35 = 7{,}695 kN/m$
- od ostatního stálého zatížení $g_{1d} = g_{1k} \cdot \gamma_F = 15{,}45 \cdot 1{,}35 = 20{,}86 kN/m$
- od stálého zatížení $g_d = g_{0d} + g_{1d} = 7{,}695 + 20{,}86 = 28{,}55 kN/m$
- proměnné $q_d = q_k \cdot \gamma_F = 7{,}50 \cdot 1{,}5 = 11{,}25 kN/m$
- celkové $f_d = g_d + q_d = 28{,}55 + 11{,}25 = 39{,}8 kN/m$.

3.2.4 Výpočet vnitřních sil

Úkol

Pro daný prostý nosník stanovte vnitřní síly pro vlastní tíhu, ostatní stálé a proměnné zatížení, proveďte též výpočet charakteristické, časté a kvazistálé kombinace.

Řešení

Při výpočtu vnitřních sil zanedbáme krátké převislé konce prostého nosníku.

Ohybové momenty uprostřed rozpětí:

[1] Objemová tíha běžného prostého betonu je dle Annex A, tab. A.1 EN 1991-1-1 [2] 24 kN/m^3. Tato objemová tíha se má zvětšit o 1 kN/m^3 v případě železového a předpjatého betonu s běžným stupněm vyztužení. V případě prvků silně vyztužených, netypických či prvků velkých rozpětí doporučujeme po provedení návrhu výztuže spočítat tíhu skutečně navržené výztuže (předpjaté i nepředpjaté) na m^3 konstrukce a o tuto tíhu zvětšit hodnotu objemové tíhy běžného prostého betonu.

- od vlastní tíhy

$$M_{E0k} = 0{,}125 \cdot g_{0k} l^2 = 0{,}125 \cdot 5{,}700 \cdot 15{,}5^2 = 171{,}2kNm$$
$$M_{E0d} = 0{,}125 \cdot g_{0d} l^2 = 0{,}125 \cdot 7{,}695 \cdot 15{,}5^2 = 231{,}1kNm,$$

- od ostatního stálého zatížení

$$M_{E1k} = 0{,}125 \cdot g_{1k} l^2 = 0{,}125 \cdot 15{,}45 \cdot 15{,}5^2 = 464{,}0kNm$$
$$M_{E1d} = 0{,}125 \cdot g_{1d} l^2 = 0{,}125 \cdot 20{,}86 \cdot 15{,}5^2 = 626{,}4kNm,$$

- od proměnného zatížení

$$M_{EQk} = 0{,}125 \cdot q_k l^2 = 0{,}125 \cdot 7{,}5 \cdot 15{,}5^2 = 225{,}2kNm$$
$$M_{EQd} = 0{,}125 \cdot q_d l^2 = 0{,}125 \cdot 11{,}25 \cdot 15{,}5^2 = 337{,}9kNm,$$

- od celkového zatížení (bez předpětí) – charakteristická kombinace MSP a základní kombinace MSU – STR (rovnice (6.10) ČSN EN 1990, [4])

$$M_{Ek} = 0{,}125 \cdot f_k l^2 = 0{,}125 \cdot 28{,}65 \cdot 15{,}5^2 = 860{,}4kNm$$
$$M_{Ed} = 0{,}125 \cdot f_d l^2 = 0{,}125 \cdot 39{,}8 \cdot 15{,}5^2 = 1195{,}2kNm,$$

- moment od časté kombinace MSP (bez předpětí)

Součinitel $\psi_{1,1} = 0{,}5$ - kategorie G - dopravní plochy

$$M_{E\psi 1} = M_{E0k} + M_{E1k} + \psi_{1,1} M_{EQk} = 171{,}2 + 464{,}0 + 0{,}5 \cdot 225{,}2 =$$
$$= 747{,}8kNm,$$

- moment od kvazi-stálé kombinace MSP (bez předpětí)

Součinitel $\psi_{2,1} = 0{,}3$ - kategorie G- dopravní plochy

$$M_{E\psi 2} = M_{E0k} + M_{E1k} + \psi_{2,1} M_{EQk} = 171{,}2 + 464{,}0 + 0{,}3 \cdot 225{,}2 =$$
$$= 702{,}7kNm.$$

Posouvající síly u podpory

- od celkového zatížení – charakteristická kombinace MSP a základní kombinace MSU – STR (rovnice (6.10) ČSN EN 1990, [4])

$$V_{Ek} = 0{,}5 \cdot f_k l = 0{,}5 \cdot f_k l = 0{,}5 \cdot 28{,}65 \cdot 15{,}5 = 222{,}0kN$$
$$V_{Ed} = 0{,}5 \cdot f_d l = 0{,}5 \cdot f_d l = 0{,}5 \cdot 39{,}8 \cdot 15{,}5 = 308{,}5kN.$$

3.2.5 Průřezové charakteristiky

Úkol

Stanovte průřezové charakteristiky betonového průřezu

Řešení

Plocha betonu $A_c = 0{,}34 \cdot 0{,}12 + 0{,}78 \cdot 0{,}24 = 0{,}228m^2$.

Těžiště betonu od horního okraje, viz *Obr. 3.6*

$t_c = (0{,}34 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}06 + 0{,}78 \cdot 0{,}24 \cdot (0{,}12 + 0{,}5 \cdot 0{,}78))/0{,}228 = 0{,}4295m$.

Těžiště od spodního okraje

$t_{c2} = 0{,}900 - 0{,}4295 = 0{,}4705m$.

Moment setrvačnosti betonu

$$I_c = \frac{1}{12} 0{,}34 \cdot 0{,}12^3 + 0{,}34 \cdot 0{,}12 \cdot (0{,}4295 - 0{,}06)^2 + \frac{1}{12} 0{,}24 \cdot 0{,}78^3 +$$
$$+ 0{,}24 \cdot 0{,}78 \cdot (0{,}4295 - 0{,}51)^2 = 0{,}01632 \mathrm{m}^4.$$

Moduly průřezu

$W_c^h = I_c / t_c = 0{,}016324 / 0{,}429 = 0{,}03800m^3$

$W_c^d = I_c / t_{c2} = 0{,}01632 / 0{,}4705 = 0{,}03469m^3$.

Jádrové úsečky

$r_c^h = 0{,}03800 / 0{,}228 = 0{,}1667m$

$r_c^d = 0{,}03469 / 0{,}228 = 0{,}1521m.$

3.2.6 Stabilita nosníku v příčném směru

Úkol

Proveďte orientační posouzení stability nosníku v příčném směru.

Řešení

Pro posouzení stability štíhlých nosníků v příčném směru lze využít čl. 5.9 [1]. Podle odstavce (3) platí, že účinky druhého řádu ve spojení s příčnou nestabilitou mohou být dočasné situace zanedbány, pokud jsou splněny podmínky:

$$l_{0t}/b \le 70/(h/b)^{1/3} \qquad \text{a} \qquad h/b \le 3{,}5$$

kde l_{0t} je vzdálenost mezi torzními vazbami;

h je celková výška nosníku ve střední části l_{0t};

b je šířka tlačené příruby.

Při dopravě a montáži předpokládáme zajištění čel nosníku proti příčnému překlopení: l_{0t} = 15,50 m
h/b = 2,65 < 3,5
l_{0t} / b = 45,59 < $70/(h/b)^{1/3}$ = 50,6
Posudek vyhovuje pro dočasné situace, účinky druhého řádu není třeba podrobně analyzovat.

Pro posouzení stability nosníku v příčném směru využijeme pouze jednoduchou podmínku PCI handbook, 1985: $t_c/\alpha > 2$

Moment setrvačnosti betonu kolmo k měkké ose $I_{yc} = 0{,}0013\ m^4$.

Těžiště betonu od horního okraje $t_c = 0{,}4295$ m.

Průhyb kolmo k měkké ose od vlastní tíhy $\alpha = 0{,}121\ m$.

Stupeň bezpečnosti = $t_c/\alpha = 3{,}55 > 2$.

Posudek vyhovuje.

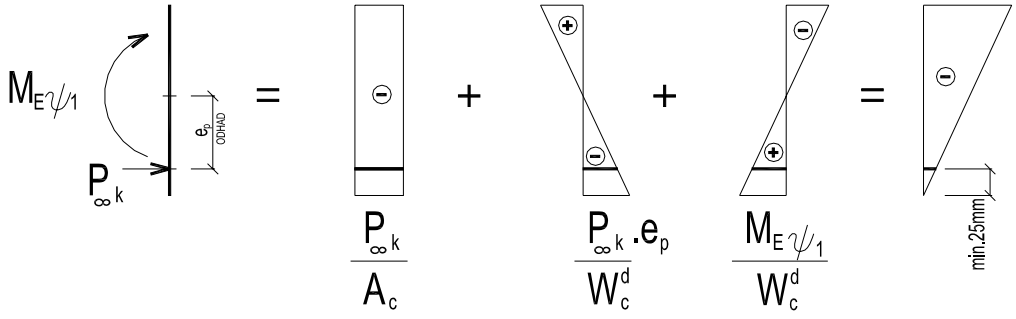
3.2.7 Návrh předpětí

Úkol

Proveďte návrh předpětí.

Řešení

Pro návrh předpětí se používá celá řada metod. Většinou však jde o modifikace dvou základních principů. Prvním z nich je požadavek zvolit předpětí tak, aby se napětí v betonu pohybovala v požadovaných mezích, tzv. dovolených namáhání, viz kap. 6 [12]. Druhý potom spočívá v návrhu předpětí tak, aby vyrovnalo ohybová a smyková namáhání od stálých zatížení - metoda vyrovnání zatížení, viz kap. 5.6 [12]. Pro náš příklad prostého nosníku s přímými kabely použijeme první z výše uvedených principů, přičemž uplatníme podmínky pro dovolené hodnoty napětí v betonu dle kap. 7 ČSN EN 1992-1-1 [1].



Obr. 3.3 Návrh velikosti předpínací síly

Při návrhu velikosti předpínací síly (počtu a rozmístění lan) vyjdeme z požadavku mezního stavu vzniku trhlin, a to požadavku tzv. „dekomprese“ průřezu. Dekomprese se dle [1], čl. 7.3.1 požaduje pro některé stupně vlivu prostředí k zajištění ochrany výztuže proti korozi. Při dekompresi dle [1] se požaduje, aby veškerá předpínací výztuž byla alespoň 25 mm uvnitř tlačeného betonu.[2] Dekomprese průřezu může být požadována např. pro kvazistálou, nebo pro častou kombinaci MSP.

[2] V tomto případě norma [1] zavádí pojem „dekomprese“ v poněkud jiném významu než je v jakém je používán v technické literatuře, např. [7], [9], [12].

V našem případě můžeme tento požadavek zjednodušeně převést na požadavek nulového normálového napětí v dolních vláknech pro častou kombinaci MSP, *Obr. 3.3*. Pro naši třídu prostředí XC1 není totiž dekomprese požadována pro žádnou kombinaci zatížení a výše uvedená podmínka je pro nás pouze vodítkem pro návrh předpínací výztuže.

Podle teorie pružnosti vyjádříme v čase 50 let (∞) pro průřez uprostřed nosníku normálové napětí v horních a dolních vláknech.

$$\sigma_h = \left| -\frac{P_{\infty k}}{A_c} + \frac{P_{\infty k} e_p}{W_c^h} - \frac{M_{E\psi 1}}{W_c^h} \right| < f_{ck}$$

$$\sigma_d = -\frac{P_{\infty k}}{A_c} - \frac{P_{\infty k} e_p}{W_c^d} + \frac{M_{E\psi 1}}{W_c^d} \le 0$$

Odhadneme velikost excentricity předpínací síly $e_p = 0{,}33m$. Využijeme výše uvedený vztah pro σ_d a vyjádříme sílu v předpínací výztuži v čase 50 let.

$$-\frac{P_{\infty k}}{A_c} - \frac{P_{\infty k} e_p}{W_c^d} + \frac{M_{E\psi 1}}{W_c^d} = 0 \Rightarrow$$

$$P_{\infty k} = \frac{M_{E\psi 1}}{W_c^d} \Big/ \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_c^d}\right) = \frac{747{,}8}{0{,}03469} \Big/ \left(\frac{1}{0{,}228} + \frac{0{,}33}{0{,}03469}\right) = 1551kN$$

Odhadneme velikost ztrát předpětí na 15% a stanovíme velikost předpínací síly těsně po vnesení předpětí do betonu

$P_{mk} = P_{\infty k} /(1 - 0{,}15) = 1551/(1 - 0{,}15) = 1825kN$.

Ve výztuži lze připustit v čase vnesení předpětí do betonu maximálně napětí $\sigma_{pa} = \sigma_{pa,\max} = \sigma_{pm0(x)} = 1292\ MPa$.

$A_p = P_{mk} \big/ \sigma_{pm0(x)} = 1825 \big/ 1292 \cdot 10^3 = 0{,}001413m^2$

Z toho počet lan

$n_p = A_p \big/ A_{p1} = 0{,}001413 \big/ 0{,}000140 = 10{,}1ks$. Navrhujeme 10 lan.

Ověření normálových napětí v horních vláknech pro charakteristickou kombinaci v čase 50 let (zde očekáváme max. tlakové napětí).

Stanovíme přibližnou velikost předpínací síly pro 10 lan v čase 50 let.

$P_{\infty k} = 10 \cdot A_{p1} \cdot \sigma_{pa} \cdot (1 - 0{,}15) = 10 \cdot 0{,}000140 \cdot 1292 \cdot 10^3 \cdot (1 - 0{,}15) =$
$1537kN$.

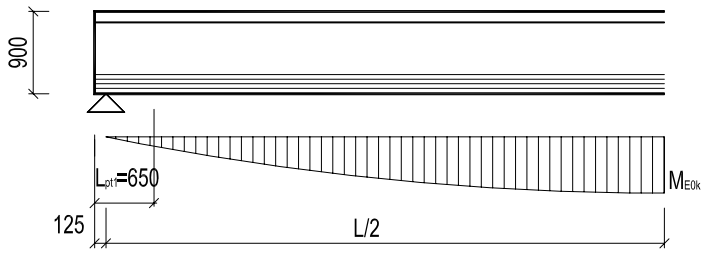
$$\sigma_h = -\frac{P_{\infty k}}{A_c} + \frac{P_{\infty k} e_p}{W_c^h} - \frac{M_{Ek}}{W_c^h} = -\frac{1537}{0{,}228} + \frac{1537 \cdot 0{,}33}{0{,}03801} - \frac{860{,}4}{0{,}03801} =$$

$$= -16{,}0\ MPa; \quad tlak\ 16{,}0\ MPa < 0{,}6\, f_{ck} = 0{,}6 \cdot 50 = 30MPa\ vyhovuje$$

Tuto podmínku pro napětí betonu v tlaku je třeba splnit zejména pro třídy prostředí XD, XF a XS. V našem případě jde tedy pouze o nezávazné ověření napětí.

Ověření průřezu u podpory v čase vnesení předpětí

$$P_a = 10 \cdot A_{p1} \cdot \sigma_{pa} \cdot = 10 \cdot 0{,}000140 \cdot 1328 \cdot 10^3 = 1809kN.$$



Obr. 3.4 Posuzovaný průřez

V daném čase působí vedle předpětí na nosník pouze vlastní tíha. Uvažujeme průřez, ve kterém nabývá předpínací síla své maximální hodnoty, tj. průřez ve vzdálenosti l_{pt1} (délka přenosu předpínací síly, viz kapitola 3.2.9) od líce nosníku, *Obr. 3.4. Oh*ybový moment od vlastní tíhy je v tomto místě velmi malý, lze uvažovat $M_{E0k} \cong 0kNm$. Pro napětí v krajních vláknech zde proto platí:

$$\sigma_h = -\frac{P_a}{A_c} + \frac{P_a e_p}{W_c^h} - \frac{M_{E0k}}{W_c^h} = -\frac{1809}{0{,}228} + \frac{1809 \cdot 0{,}33}{0{,}03801} - 0 =$$

$$= 7{,}8MPa > f_{ctm(t)} = 0{,}75 \cdot 4{,}1 = 3{,}075MPa\ nevyhovuje,$$

$$\sigma_d = -\frac{P_a}{A_c} - \frac{P_a e_p}{W_c^d} + \frac{M_{E0k}}{W_c^d} = -\frac{1809}{0{,}228} - \frac{1809 \cdot 0{,}33}{0{,}03469} + 0 =$$

$$\left|-25{,}1MPa\right| > 0{,}6\, f_{ck(t)} = 0{,}6 \cdot 0{,}75 \cdot 50 = 22{,}5MPa;\ nevyhovuje\ z$$

hlediska vzniku podélných trhlin

$$\left|-25{,}1MPa\right| > 0{,}45\, f_{ck} = 0{,}45 \cdot 50 = 22{,}5MPa;\ nevyhovuje\ ani\ z\ hlediska$$

omezení napě tí k zajiště ní lineárního dotvarování.

Průřez u podpory nevyhoví z hlediska posouzení normálového napětí, bude tedy nutné provést například separaci lan (další možnost je případně ve změně průřezu nebo změně excentricity lan).

Orientační ověření reálnosti snížení namáhání separací lan.

Hledáme průřez ve vzdálenosti x_p od podpory, ve kterém působí plná síla od předpětí a hodnota tlakového namáhání v dolních vláknech je rovna mezní

hodnotě ($0,45\,f_{ck}$), *Obr. 3.5*. Platí tedy následující vztah, z něhož získáme ohybový moment od vlastní tíhy $M_{E0k(xp)}$ v místě x_p:

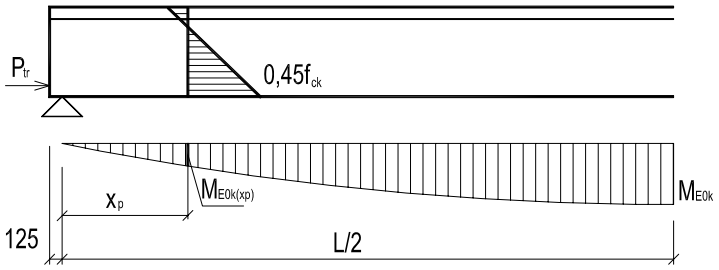
$$\sigma_d = -\frac{P_a}{A_c} - \frac{P_a e_p}{W_c^d} + \frac{M_{E0k(xp)}}{W_c^d} = -0,45\,f_{ck} \Rightarrow$$

$$M_{E0k(xp)} = W_c^d\left(\frac{P_a}{A_c} + \frac{P_a e_p}{W_c^d} - 0,45\,f_{ck}\right) = 0,03469 \cdot \left(\frac{1809}{0,228} + \frac{1809 \cdot 0,33}{0,03469} - 0,45 \cdot 50 \cdot 10^3\right)$$

$= 91,7 kNm.$

Ověříme v tomto místě velikost normálového napětí v horních vláknech

$$\sigma_h = -\frac{P_a}{A_c} + \frac{P_a e_p}{W_c^h} - \frac{M_{E0k(xp)}}{W_c^h} = -\frac{1809}{0,228} + \frac{1809 \cdot 0,33}{0,038} - \frac{91,7}{0,038} = 5,4 MPa \quad (tah).$$



Obr. 3.5 Hledaný průřez x_p

Dopočteme vzdálenost x_p

$$M_{E0k(xp)} = 0,5 \cdot g_{0k} \cdot l \cdot x_p - 0,5 \cdot g_{0k} \cdot x_p^2$$

$$91,7 = 0,5 \cdot 5,700 \cdot 15,5 \cdot x_p - 0,5 \cdot 5,700 \cdot x_p^2 \Rightarrow$$

$$x_p = 2,469 m.$$

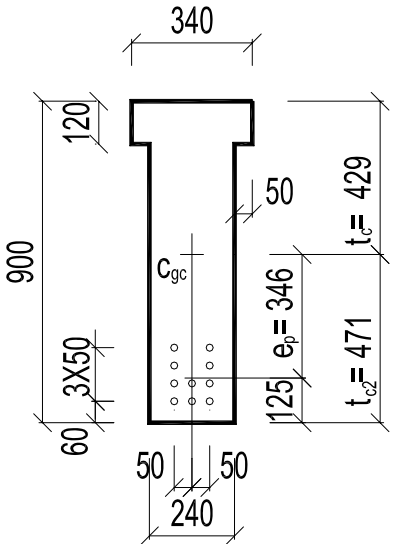
Délka x_p je tedy reálná, separaci je nutné provést minimálně do vzdálenosti $x_p + 0,125 - l_{pt1} = 2,469 + 0,125 - 0,650 = 1,944 m$ od konců nosníku. Podrobný návrh separace lan je uveden v kapitole 3.4.2. Výpočet l_{pt1} je uveden v kap. 3.2.9.

3.2.8 Rozmístění lan a charakteristiky ideálního průřezu

Úkol

Stanovte průřezové charakteristiky ideálního průřezu

Řešení



Obr. 3.6 Rozmístění předpínacích lan

Těžiště lan od spodního povrchu

$a_p = (3 \cdot 60 + 3 \cdot 110 + 2 \cdot 160 + 2 \cdot 210)/10 = 125mm$.

Vzdálenost těžiště lan od horního povrchu $d = 0{,}90 - 0{,}125 = 0{,}775m.$

Skutečná excentricita lan od těžiště betonového průřezu

$e_p = t_{c2} - a_p = 0{,}4705 - 0{,}125 = 0{,}3455m$.

Plocha lan $A_p = 10 \cdot 0{,}001416 = 0{,}01416m^2$.

Plocha ideálního průřezu $\omega = E_p/E_{cm} = 195/37 = 5{,}270$.

$A_i = A_c + \omega \cdot A_p = 0{,}228 + 5{,}270 \cdot 0{,}001416 = 0{,}2355m^2.$

Vzdálenost těžiště ideálního průřezu od těžiště betonového průřezu

$t_i = (5{,}270 \cdot 0{,}001416 \cdot 0{,}3455)/0{,}2355 = 0{,}01095m.$

Excentricita lan od těžiště ideálního průřezu

$e_{pi} = e_p - t_i = 0{,}3455 - 0{,}01095 = 0{,}3346m.$

Vzdálenost těžiště ideálního průřezu od horního okraje

$z_{ci} = t_c + t_i = 0{,}4295 + 0{,}01095 = 0{,}4405m.$

Vzdálenost těžiště ideálního průřezu od spodního okraje

$z_{ti} = t_{c2} - t_i = 0{,}4705 - 0{,}01095 = 0{,}4596m.$

Moment setrvačnosti ideálního průřezu k jeho těžišti

$I_i = 0{,}01632 + 0{,}228 \cdot 0{,}01095^2 + 5{,}270 \cdot 0{,}001416 \cdot 0{,}3346^2 = 0{,}01718m^4.$

3.2.9 Kotvení předem předpjaté výztuže

Úkol

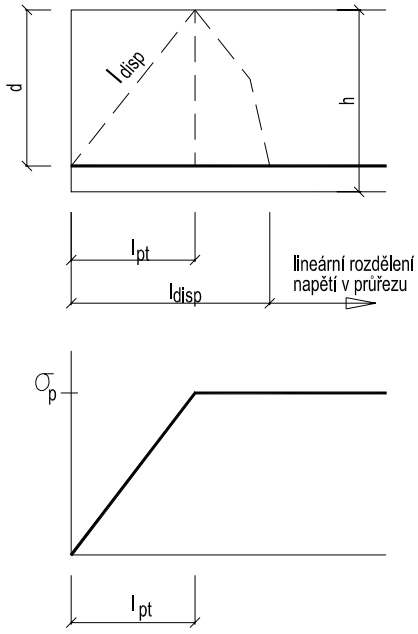
Pro daný typ lan a požadovanou třídu betonu stanovte délku přenosu předpínací síly.

Řešení

Délka přenosu síly l_{pt} dle [1] čl. 8.10.2.2

- Součinitel zohledňující druh předpínací výztuže $\eta_{p1} = 3,2$ (7 drátová lana).
- Součinitel zohledňující dobré podmínky v soudržnosti $\eta_1 = 1,0$.
- Uvažujeme, že v 1 dnu v době vnesení předpětí je dosaženo 75% pevnosti betonu $f_{ctm}(t = 1den) = 0,75 \cdot 4,1 = 3,075MPa$.
- Souč. dlouhodobých účinků na pevnost betonu $\alpha_{ct} = 1,0$.
- Návrhová hodnota pevnosti betonu v tahu v době uvolnění lan

$$f_{ctd}(t = 1den) = \alpha_{ct} \cdot 0,7 \cdot f_{ctm}(t = 1den) / \gamma_c = 1,0 \cdot 0,7 \cdot 3,075/1,5 = 1,435MPa.$$



Obr. 3.7 Délka přenosu l_{pt} a vyrovnávací délka l_{dis}

Napětí v soudržnosti

$$f_{bpt} = \eta_{p1}\eta_1 f_{ctd}(t = 1den) = 3,2 \cdot 1,0 \cdot 1,435 = 4,592MPa.$$

- Součinitel $\alpha_1 = 1,00$ (postupné uvolňování).
- Součinitel $\alpha_2 = 0,19$ (7 drátová lana).
- Průměr lan $\phi = 15,2$ *mm*.

- Napětí v předpínací výztuži právě po uvolnění $\sigma_{pm0} = 1292\ MPa$.
- Základní hodnota délky přenosu předpínací síly
  $l_{pt} = \alpha_1 \alpha_2 \phi \sigma_{pm0} / f_{bpt} = 1{,}0 \cdot 0{,}19 \cdot 15{,}2 \cdot 1292/4{,}592 = 812{,}6\,mm$.
- Návrhová hodnota délky přenosu předpínací sily
  $l_{pt1} = 0{,}8 \cdot l_{pt1} = 0{,}8 \cdot 812{,}6 = 650mm$.
- Návrhová hodnota délky přenosu předpínací síly
  $l_{pt2} = 1{,}2 \cdot l_{pt} = 1{,}2 \cdot 812{,}6 = 975mm.$
- Vyrovnávací délka, za kterou lze předpokládat lineární rozdělení napětí
  $l_{dis} = \sqrt{l_{pt}^2 + d} = \sqrt{812{,}6^2 + 775^2} = 1123mm.$

3.3 Výpočet ztrát předpětí

Úkol

Stanovte okamžité a dlouhodobé (provozní, časově závislé ztráty) předpětí.

Řešení

3.3.1 Okamžité ztráty při napínání (interval 0-1den)

Zvolíme počáteční napětí v předpínací výztuži vyvozené předpínací pistolí při předpínání

$\sigma_{p0} = \underline{1368}\ MPa \le \sigma_{p,max} = 1368MPa.$

Počáteční předpínací síla při předpínání

$P_{m0} = \sigma_{p0} A_p = 1368 \cdot 10^3 \cdot 0{,}00140 = 1915{,}2kN$.

Jednotlivé okamžité ztráty předpětí:

i. Ztráta třením se u předem předpjatých prvků zanedbává $\Delta\sigma_{p\mu} = 0MPa$.
   V některých výrobnách se však projevuje ztráta třením lan o povrch předpínací dráhy. Hodnota ztráty třením se pak uvažuje procentem z počátečního napětí v předpínací výztuži.

ii. Ztrátu pokluzem uvažujeme pro pokluz v kotvě $w = 6mm$ realizovaný na délce lan $l_p = 52m$,

$$\Delta\sigma_{pw} = -E_p \frac{w}{l_p} = -195 \cdot 10^3 \frac{0{,}006}{52} = -22{,}5MPa.$$ [3]

iii. Ztráta postupným napínání $\Delta\sigma_{pep} = 0MPa$.

[3] Na rozdíl od textu [1] uvažujeme všechny ztráty předpětí se znaménkem minus (záporné).

iv. Ztrátu vyvozenou změnou vzdálenosti opěr kotevního zařízení uvažujeme pro změnu vzdálenosti opěr $\Delta l_p = 4mm$ realizovanou na délce napjatých kabelů $l_p = 50m$ a pro počet postupně napínaných vložek $m = 10$,

$$\Delta\sigma_{pA} = -E_p \frac{\Delta l_p (m-1)}{l_p \cdot 2 \cdot m} = -195 \cdot 10^3 \frac{0{,}004 \cdot (10-1)}{50 \cdot 2 \cdot 10} = -7{,}020 MPa .$$

v. Ztráta stlačením spár nenastává, nejde o příčně dělenou konstrukci.

vi. Ztráta otlačením betonu nenastává.

vii. Ztráta dotvarováním předpínací výztuže je uvažována dle [1] čl. 3.3.2, vztahu 3.29. Uvažujeme 2. třídu relaxačního chování (lana s nízkou relaxací), předpokládáme dobu podržení počátečního napětí $t_{cor} = 5\,min = 0{,}08333 hod$.

$\rho_{1000} = 2{,}5\%$ - hodnota ztráty relaxací (v %) 1000 hodin po napnutí při průměrné teplotě 20°C,

a) Korekce podržením napětí po dobu t_{cor}.

$$\sigma_{pi} = \sigma_{p0} = 1368 MPa$$

$$\mu = \sigma_{pi} / f_{pk} = 1368 / 1770 = 0{,}7729$$

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = -0{,}66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9{,}1 \cdot \mu} \left(\frac{t_{cor}}{1000}\right)^{0{,}75(1-\mu)} 10^{-5} =$$

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}^{cor}}{1368} = -0{,}66 \cdot 2{,}5 \cdot e^{9{,}1 \cdot 0{,}7729} \left(\frac{0{,}08333}{1000}\right)^{0{,}75(1-0{,}7729)} 10^{-5}$$

$$\Delta\sigma_{pr}^{cor} = -5{,}168 MPa.$$

b) Interval (t_{cor}, *1den*).

Relaxace se během tepelného ošetřování betonu (v našem případě cca po dobu jednoho dne) zrychluje při současném zvýšení teploty předpínací výztuže. V časově závislých funkcích uvedených pro relaxaci má být doba po napnutí *t* zvětšena o ekvivalentní dobu t_{eq}, aby byl postižen účinek tepelného ošetřování na ztrátu napětí způsobenou relaxací předpínací oceli. Ekvivalentní doba může být stanovena dle vztahu:

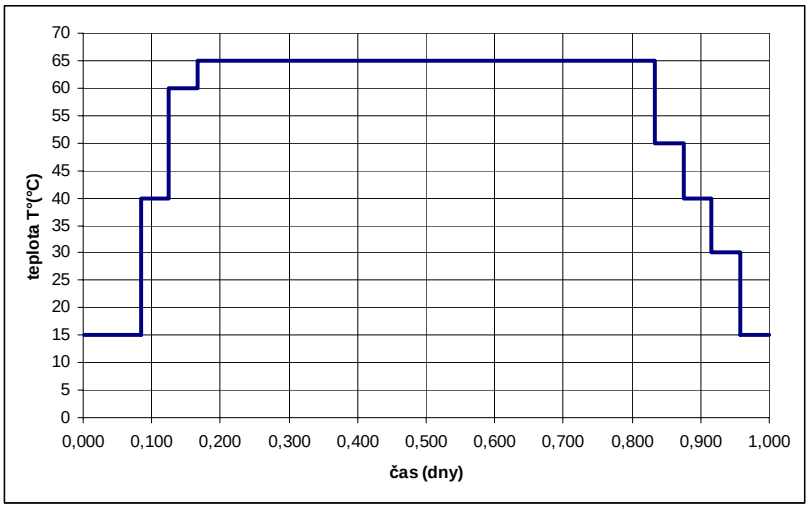
$t_{eq} = \frac{1{,}14^{T_{max}-20}}{T_{max}-20} \sum_{i=1}^{n} (T_{(\Delta t_i)} - 20)\Delta t_i$ ([1] odstavec 10.3.2.1), kde

t_{eq} ekvivalentní doba (v hodinách),

$T(\Delta t_i)$ teplota (°C) v časovém intervalu Δt_i,

T_{max} maximální teplota (°C) v průběhu tepelného ošetřování.

Uvažujeme průběh teploty výztuže během tvrdnutí betonu dle *Obr. 3.8*. Výpočet ekvivalentního času je uveden v *tab. 3.4*.



Obr. 3.8 Uvažovaný průběh teploty výztuže během 1 dne

Tab.3.4 Výpočet ekvivalentní doby t_{eq}

skutečný čas [hod]	skut.čas [dny]	Δt_i [dny]	$T_{(\Delta t_i)}$ [°C]	T_{max} [°C]	$(T_{(\Delta t_i)}-20)\Delta t$ [4]	K_i [5]	t_{eq} [dny]
0	0,00000			65			0
2	0,08333	0,083333	15		0,0000	0,000	0,00
1	0,12500	0,041667	40		0,8333	6,735	6,73
1	0,16667	0,041667	60		1,6667	13,470	20,20
16	0,83333	0,666667	65		30,0000	242,453	262,66
1	0,87500	0,041667	50		1,2500	10,102	272,76
1	0,91667	0,041667	40		0,8333	6,735	279,49
1	0,95833	0,041667	30		0,4167	3,367	282,86
1	1,00000	0,041667	15		0,0000	0,000	282,86
t_{eq} [s]						24439234	
t_{eq} [hod]						**6788,7**	

Zvětšená doba po napnutí $t_a^* = t_a + t_{eq} = 24 + 6788{,}7 = 6812{,}7 hod$.

Dále uvažujeme výpočet relaxace dle [1], přílohy D, pomocí metody ekvivalentního času.

[4] Výraz je uvažován pouze pro kladné hodnoty $(T_{(\Delta t_i)}-20)\Delta t$.

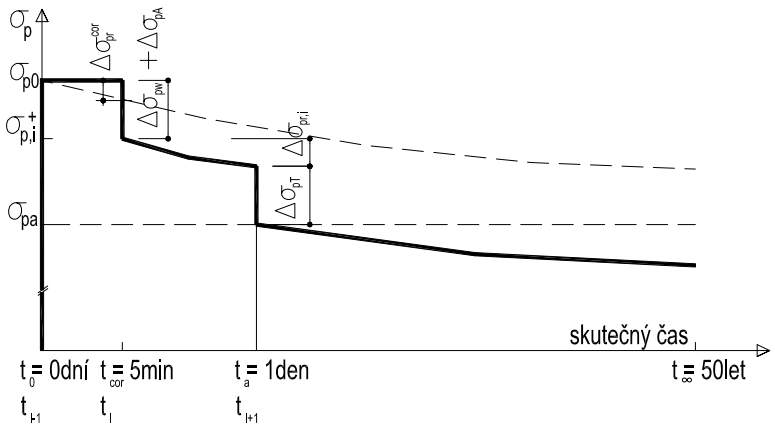
[5] $K_i = \frac{1{,}14^{T_{max}-20}}{T_{max}-20}(T_{(\Delta t_i)}-20)\Delta t_i$

Vyjadřujeme tedy ztráty za interval $t_i,t_{i+1,}$ kde $t_i = t_{cor} = 0{,}0833 hod$ a $t_{i+1} = t_a^* = 6812{,}7 hod$.

Přibližně předpokládáme vznik ztrát pokluzem a přetvořením opěrného zařízení naráz:

$\sigma_{pi}^+ = \sigma_{p0} + \Delta\sigma_{pw} + \Delta\sigma_{pA} = 1368 - 22{,}5 - 7{,}02 = 1338{,}5 MPa$, kde σ_{pi}^+ je tahové napětí v předpínací výztuži bezprostředně po okamžiku t_i, *Obr. 3.9.*

$\sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j} = \Delta\sigma_{pr}^{cor} = -5{,}168 MPa$ je součet veškerých ztrát relaxací v předcházejících stádiích (0, 5 min).



Obr. 3.9 Ztráta relaxací (5min, 1den)

Nové „počáteční“ napětí pro účely výpočtu kapacity relaxace (viz [13]) určíme jako $\sigma_{pi}^+ - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j} = 1338{,}5 + 5{,}168 = 1343{,}7 MPa$.

Součinitel $\mu = (\sigma_{pi}^+ - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j}) \Big/ f_{pk} = 1343{,}7 / 1770 = 0{,}7592$.

Při nové úrovni „počátečního“ napětí 1343,7 MPa v předpínací výztuži by doposud proběhlá relaxace o velikosti -5,168 MPa vznikla za jinou dobu než byla doba podržení napětí 5 minut. Tuto dobu t_e určíme z následující rovnice:

$$\sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j} = -0{,}66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9{,}1 \cdot \mu} \left(\frac{t_e}{1000}\right)^{0{,}75(1-\mu)} \cdot \left\{\sigma_{pi}^+ - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j}\right\} \cdot 10^{-5}$$

$$-5{,}168 = -0{,}66 \cdot 2{,}5 \cdot e^{9{,}1 \cdot 0{,}7592} \left(\frac{t_e}{1000}\right)^{0{,}75(1-0{,}7592)} 10^{-5} \cdot 1343{,}7$$

Řešením rovnice dostáváme ekvivalentní čas t_e = 0,315 hod.

Stanovení ztráty v intervalu

$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i = 6812{,}7 - 0{,}0833 = 6812{,}6 dní$.

$$\Delta\sigma_{pr,i} = -0{,}66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9{,}1\cdot\mu}\left(\frac{t_e + \Delta t_i}{1000}\right)^{0{,}75(1-\mu)} \cdot \left\{\sigma_{pi}^{+} - \sum_{1}^{i-1}\Delta\sigma_{pr,j}\right\} \cdot 10^{-5} - \sum_{1}^{i-1}\Delta\sigma_{pr,j}$$

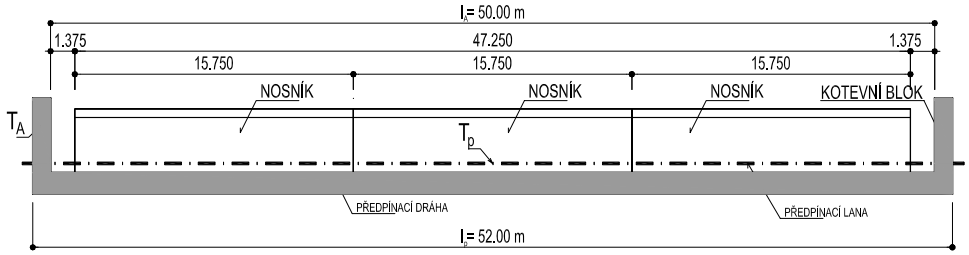
$$= -0{,}66 \cdot 2{,}5 \cdot e^{9{,}1\cdot 0{,}7592}\left(\frac{0{,}315 + 6812{,}6}{1000}\right)^{0{,}75(1-0{,}7592)} 10^{-5} \cdot 1343{,}7 + 5{,}168$$

$$= \underline{-26{,}2 MPa}.$$

viii. Ztráta vzniklá rozdílem teplot výztuže a opěrného zařízení je uvažována pro následující hodnoty: teplota opěrného zařízení $T_A = 50°C$, teplota výztuže $T_p = 65°C$, součinitel teplotní roztažnosti opěrného zařízení $\alpha_A = 1{,}00 \cdot 10^{-5} K^{-1}$, součinitel teplotní roztažnosti výztuže $\alpha_p = 1{,}00 \cdot 10^{-5} K^{-1}$, délka mezi kotevními bloky opěrného zařízení $l_A = 50m$, délka výztuže $l_p = 52m$, základní teplota $T_0 = 15°C$, viz *Obr. 3.10*. Ztráta je vyjádřená vztahem (případně zjednodušeným vztahem (10.3) [1]):

$$\Delta\sigma_{pT} = E_p(\alpha_A l_A(T_A - T_0) - \alpha_p l_p(T_p - T_0)/l_p =$$

$$195 \cdot 10^3 \cdot ((1 \cdot 10^{-5} \cdot 50 \cdot (50 - 15) - (1 \cdot 10^{-5} \cdot 52 \cdot (65 - 15))/52 = \underline{-31{,}9 MPa}.$$



Obr. 3.10 Ztráta vzniklá rozdílem teplot výztuže a opěrného zařízení

ix. Ztrátu předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu při předpínání je třeba zde vyčíslit z důvodu kontroly maximálního přípustného napětí v předpínací výztuži dle čl. 5.10.3 [1], přestože je možné v dalších vztazích ztrátu vyjádřit prostřednictvím ideálních charakteristik průřezu, viz kap. 4.3.1 [12].

Okamžité ztráty celkem bezprostředně před vnesením předpětí do betonu jsou $\sum \Delta\sigma_p = -22{,}5 - 7{,}02 - 26{,}2 - 31{,}9 = -87{,}6 MPa$.

Celkové napětí ve výztuži v okamžiku bezprostředně před vnesením předpětí do betonu $\sigma_p = \sigma_{p0} + \sum \Delta\sigma_p = 1368 - 87{,}6 = 1280{,}4 MPa$.

a) Ztrátu předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu při předpínání od účinků předpětí je možné vyjádřit s použitím vztahů (4.29), (4.22), (4.26) a (4.36) [12] jako: $\Delta\sigma_{pe} = -\sigma_p \psi/(1+\psi)$, kde

$$\nu = \frac{A_p E_p}{A_c E_{cm}(t)} = \frac{0{,}0014 \cdot 195}{0{,}228 \cdot 33{,}94} = 0{,}03528\,,$$

$$\psi = \nu \cdot (1 + \frac{A_c e_p^2}{I_c}) = 0{,}03528(1 + \frac{0{,}228 \cdot 0{,}3455^2}{0{,}01632}) = 0{,}09411,$$

modul pružnosti v čase vnesení předpětí je

$$E_{cm}(t) = (\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}})^{0{,}3} E_{cm} = (0{,}75)^{0{,}3} 37 = 33{,}94 GPa$$

.

$$\Delta\sigma_{pe} = -\sigma_p \psi / (1 + \psi) = 1280{,}4 \cdot 0{,}09411 / (1 + 0{,}09411)$$

$$\Delta\sigma_{pe} = \underline{-110{,}13 MPa}.$$

Ztrátu jsme vyčíslili pouze pro řezy, ve kterých působí všechna předpínací lana. Ztráta v oblastech separace a kotvení lan by byla menší.

b) Změnu předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu při předpínání od účinků vlastní tíhy vyjádříme jako přírůstek napětí ve výztuži od vlastní tíhy

$$\Delta\sigma_{peg0} = \frac{M_{E0k}}{I_i} e_{pi} \frac{E_p}{E_{cm}(t)} = \frac{0{,}1712}{0{,}01718} 0{,}3347 \frac{195}{33{,}94} = 19{,}16 MPa.$$

Okamžité ztráty celkem:

$$\sum \Delta\sigma_p = -22{,}5 - 7{,}02 - 26{,}2 - 31{,}9 - 110{,}13 + 19{,}16 = -178{,}59 MPa\,.$$

Posouzení napětí ve výztuži v okamžiku bezprostředně po vnesení předpětí do betonu (po okamžitých ztrátách)

$$\sigma_{pa} = \sigma_{p0} + \sum \Delta\sigma_p = 1368 - 178{,}59 = 1189{,}4 MPa < \sigma_{pm0(x)} = 1292 MPa \text{ vyhovuje.}$$

Síla ve výztuži těsně po vnesení předpětí do betonu (po okamžitých ztrátách včetně ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu při předpínání)

$$P_{ma} = \sigma_{pa} A_p = 1189{,}41 \cdot 10^3 \cdot 0{,}00140 = 1665{,}2 kN.$$

3.3.2 Dlouhodobé (provozní) ztráty v polovině rozpětí nosníku

Časově závislé ztráty (relaxací, smršťováním, dotvarováním) jsou závislé na změně okrajových podmínek, na historii zatížení, historii vlhkosti prostředí atd. Při přesnějším výpočtu ztrát je proto nutné časovou osu rozdělit na řadu dílčích časových intervalů, které odpovídají daným změnám. Ztráty poté řešíme postupně po jednotlivých intervalech. Normový předpis [1], vztah 5.46 umožňuje zjednodušený výpočet časově závislých ztrát, kdy je od vnesení předpětí do konce životnosti prvku uvažován jeden časový interval (t_a=1den, t=∞). V rámci tohoto příkladu použijeme tento zjednodušený výpočet, který je možno následně porovnat s přesnějším výpočtem [14].

3.3.2.1 Změna předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu $\Delta\sigma_{peg1}$

Změnu předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu od účinků dlouhodobých zatížení (kvazi-stálé kombinace) vyjma vlastní tíhy vyjádříme jako přírůstek napětí ve výztuži od tohoto zatížení. Změna je zjednodušeně uvažována pro modul pružnosti betonu v čase 28dní.

Změna napětí:

$$\Delta\sigma_{peg1} = \frac{M_{E\psi 2} - M_{E0k}}{I_i} e_{pi} \frac{E_p}{E_{cm}} = \frac{(702{,}8 - 171{,}2)\cdot 10^{-3}}{0{,}01718} 0{,}3347 \frac{195}{37} = 54{,}6\,MPa.$$

Z toho změna předpínací síly:

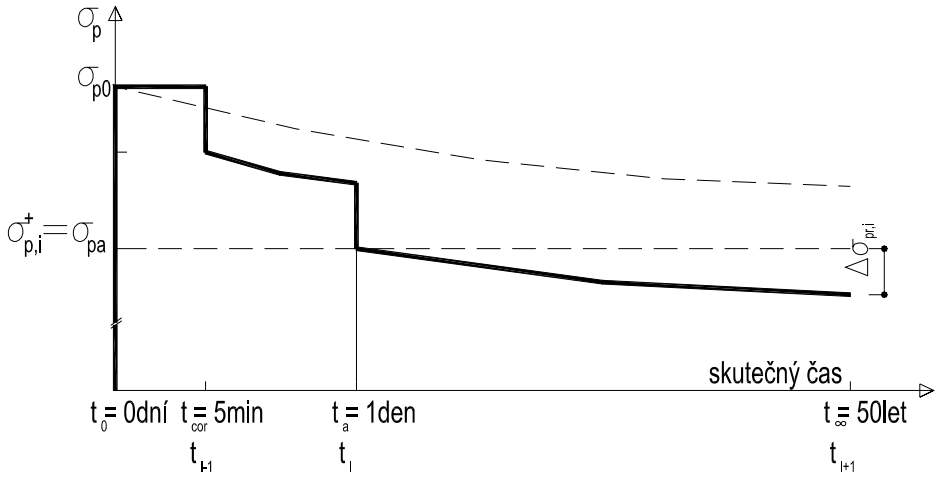
$$\Delta P_{peg1} = \Delta\sigma_{peg1} \cdot A_p = 54{,}6 \cdot 10^3 \cdot 0{,}0014 = 76{,}4kN.$$

3.3.2.2 Ztráta relaxací $\Delta\sigma_{pr}$

Jedná se o ztrátu, jejíž část již proběhla v předchozím intervalu *(0, 1den)*. $\Delta\sigma_{pr}$ je hodnota změny napětí v předpínací výztuži v místě *x* a v okamžiku *t* vyvozená relaxací předpínací oceli. Je stanovena pro napětí $\sigma_p = \sigma_p(G + P_{m0} + \psi_2 Q)$.

Ztrátu vyjadřujeme dle stejného vztahu ([1] čl. 3.3.2, vztah 3.29), jako v předchozím časovém intervalu včetně využití metody ekvivalentního času dle [1] přílohy D.

Stanovujeme tedy ztráty za interval t_i, t_{i+1}, kde počátek intervalu t_i = *6812,7 hod* a konec intervalu t_{i+1} *=50 let=438000 hod, Obr. 3.11*



Obr. 3.11 Ztráta relaxací (1den, 50let)

Tahové napětí v předpínací výztuži bezprostředně po okamžiku t_i
$\sigma_{pi}^{+} = \sigma_{pa} + \Delta\sigma_{peg1} = 1189{,}4 + 54{,}6 = 1244{,}0\,MPa.$

$\sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j} = -26{,}2 - 5{,}168 = -31{,}4MPa$ je součet veškerých ztrát relaxací již proběhlých v předcházejících stádiích (0, 1 den).

Nové „počáteční“ napětí pro účely výpočtu kapacity relaxace

$\sigma_{pi}^{+} - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j} = 1244{,}0 + 31{,}4 = 1275{,}4MPa$.

Součinitel $\mu = (\sigma_{pi}^{+} - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j}) \Big/ f_{pk} = 1275{,}4 / 1770 = 0{,}7206$.

$$\sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j} = -0{,}66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9{,}1\cdot\mu} \left(\frac{t_e}{1000}\right)^{0{,}75(1-\mu)} \cdot \left\{\sigma_{pi}^{+} - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j}\right\} \cdot 10^{-5}$$

$$-31{,}4 = -0{,}66 \cdot 2{,}5 \cdot e^{9{,}1\cdot 0{,}7206} \left(\frac{t_e}{1000}\right)^{0{,}75(1-0{,}7206)} 10^{-5} \cdot 1275{,}4$$

řešením rovnice dostáváme ekvivalentní čas $t_e = 35773hod$.

Ztráta relaxací v daném intervalu:

$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i = 438000 - 6812{,}7 = 431187{,}3dní$.

$$\Delta\sigma_{pr,i} = -0{,}66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9{,}1\cdot\mu} \left(\frac{t_e + \Delta t_i}{1000}\right)^{0{,}75(1-\mu)} \cdot \left\{\sigma_{pi}^{+} - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j}\right\} \cdot 10^{-5} - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j} =$$

$$= -0{,}66 \cdot 2{,}5 \cdot e^{9{,}1\cdot 0{,}7206} \left(\frac{35773 + 431187{,}3}{1000}\right)^{0{,}75(1-0{,}7206)} \cdot 1275{,}4 \cdot 10^{-5} + 31{,}4 = \underline{-22{,}3MPa}.$$

3.3.2.3 Vliv zvýšené teploty na stáří betonu

Vliv zvýšených nebo snížených teplot v rozsahu 0°C až 80°C na zralost betonu lze uvažovat úpravou stáří betonu podle následujícího vztahu ([1] příloha B, vztah B.10):

$t_T = \sum_{i=1}^{n} e^{-(4000/[273+T(\Delta t_i)]-13{,}65} \cdot \Delta t_i$. Výpočet je uveden v následující tabulce.

Tab.3.5 Úprava stáří betonu t_t

skutečný čas [hod]	skutečný čas [dny]	Δti [dny]	teplota T [°C]	t_t [Dny]
0	0.00000			0
2	0.08333	0.083333	15	0.066
1	0.12500	0.041667	40	0.165
1	0.16667	0.041667	60	0.379
16	0.83333	0.666667	65	4.476

1	0.87500	0.041667	50	4.624
1	0.91667	0.041667	40	4.724
1	0.95833	0.041667	30	4.789
1	1.00000	0.041667	15	**4.822**

3.3.2.4 Ztráta smršťováním $\Delta\sigma_{ps}$

Výpočet poměrného přetvoření od smršťování je proveden dle [1] odstavce 3.1.4.

$\Delta\sigma_{ps} = \varepsilon_{cs} E_p = -545{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 195 \cdot 10^3 = -106{,}4 MPa$.

- Celkové poměrné přetvoření od smršťování

  $\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = 445{,}5 \cdot 10^{-6} + 100{,}0 \cdot 10^{-6} = \underline{545{,}5 \cdot 10^{-6}}$

- Poměrné přetvoření od vysychání

  $\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \varepsilon_{cd,0} = 0{,}9932 \cdot 0{,}8369 \cdot 536{,}0 \cdot 10^{-6} = \underline{445{,}5 \cdot 10^{-6}}$

  $t_s = 4{,}82 dny$ - náhradní stáří betonu (dny) na začátku vysychání (konec ošetřování)

  $t = 50 let = 18250 dnů$ - stáří betonu v uvažovaném okamžiku.

  Náhradní rozměr průřezu v mm $h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 228000}{2140} = 213{,}1 mm$.

  A_c - plocha betonu, u - obvod části průřezu vystavený vysychání (uvažujeme, že horním povrchem nedochází k vysychání).

  Z tabulky *tab. 3.6* dopočteme hodnotu součinitele $k_h = \underline{0{,}8369}$.

Tab. 3.6 Hodnoty součinitele k_h

h_0 (mm)	k_h
100	1
200	0,85
300	0,75
≥500	0,7

Časová funkce vývoje smršťování

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0{,}04\sqrt{h_0^3}} = \frac{(18250 - 4{,}82)}{(18250 - 4{,}82) + 0{,}04\sqrt{213{,}1^3}} = \underline{0{,}9932}.$$

$RH = 50\%$ - relativní vlhkost okolního prostředí,

$RH_0 = 100\%$

$$\beta_{RH} = 1{,}55[1-(\frac{RH}{RH_0})^3] = 1{,}55[1-(\frac{50}{100})^3] = 1{,}356$$

Součinitel $\alpha_{ds1} = 6{,}00$ (cement třídy R).

Součinitel $\alpha_{ds2} = 0{,}11$ (cement třídy R).

Střední hodnota pevnosti betonu $f_{cm} = f_{ck} + 8 = 50 + 8 = 58 MPa$.

Základní poměrné přetvoření od smršťování vysycháním (dle [1] přílohy B.2|)

$$\varepsilon_{cd0} = 0{,}85[(220 + 110\alpha_{ds1}) \cdot exp(-\alpha_{ds2}\frac{f_{cm}}{10})] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} =$$

$$0{,}85[(220 + 110 \cdot 6) \cdot exp(-0{,}11 \cdot \frac{58}{10})] \cdot 10^{-6} 1{,}356 = \underline{536{,}0 \cdot 10^{-6}}$$

- Poměrné přetvoření od autogenního smršťování

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t)\varepsilon_{ca}(\infty) = 1{,}0 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = \underline{100 \cdot 10^{-6}}$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2{,}5(f_{ck} - 10)10^{-6} = 2{,}5 \cdot (50 - 10)10^{-6} = 100 \cdot 10^{-6}$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - exp(-0{,}2t^{0{,}5}) = 1 - exp(-0{,}2 \cdot 18250^{0{,}5}) = 1{,}0.$$

3.3.2.5 Ztráta dotvarováním betonu $\Delta\sigma_{pc}$

Pro časový průběh nárůstu pevnosti betonu v tlaku platí vztah ([1] odstavec 3.1.2): $\beta_{cc}(t) = exp\left\{s\left[1-(\frac{28}{t})^{0{,}5}\right]\right\}$. Dosadíme-li do vztahu za čas *t* náhradní stáří betonu *4,82 dní* stanovené v důsledku zvýšené teploty betonu v době zrání, dostáváme pro cement třídy R ($s = 0{,}2$):

$$\beta_{cc}(t) = exp\left\{0{,}2\left[1-(\frac{28}{4{,}82})^{0{,}5}\right]\right\} = 0{,}75.$$

Vnesení předpětí do konstrukce bude tedy provedeno při dosažení 75% pevnosti betonu v tlaku. To odpovídá našemu původnímu předpokladu v zadání příkladu.

Výpočet poměrného přetvoření od dotvarování je proveden dle [1] přílohy B.

Součinitele vlivu pevnosti betonu

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}}\right]^{0.7} = \left[\frac{35}{58}\right]^{0.7} = 0{,}7022$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}}\right]^{0.2} = \left[\frac{35}{58}\right]^{0.2} = 0{,}9039$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}}\right]^{0.5} = \left[\frac{35}{58}\right]^{0.5} = 0{,}7768$$

Součinitel vystihující vliv relativní vlhkosti na základní součinitel dotvarování pro $f_{cm} > 35MPa$.

$$\phi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH/100}{0{,}1 \cdot \sqrt[3]{h_0}}\alpha_1\right]\alpha_2 = \left[1 + \frac{1 - 50/100}{0{,}1 \cdot \sqrt[3]{213{,}1}}0{,}7022\right] \cdot 0{,}9039 = 1{,}435 .$$

Součinitel vystihující vliv pevnosti betonu na základní součinitel dotvarování

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16{,}8}{\sqrt{f_{cm}}} = \frac{16{,}8}{\sqrt{58}} = 2{,}206 .$$

Vliv druhu cementu na součinitel dotvarování betonu lze uvažovat úpravou stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení t_0 podle následujícího vztahu:

$$t_0 = t_{0,T}\left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1\right)^{\alpha} = 4{,}82\left(\frac{9}{2 + 4{,}82^{1,2}} + 1\right)^{1} = 9{,}86 \geq 0{,}5$$

$t_{0,T}$ je stáří betonu ve dnech v okamžiku vnesení zatížení, upravené s přihlédnutím k vlivu teploty $t_{0,T} = 4{,}82$,

α mocnitel vystihující vliv druhu cementu $\alpha = 1$ pro cement třídy R.

Součinitel vystihující vliv stáří betonu v okamžiku vnesení zatížení

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0{,}1 + t_0^{0,20})} = \frac{1}{(0{,}1 + 9{,}86^{0,20})} = 0{,}595 .$$

Základní součinitel dotvarování

$$\phi_0 = \phi_{RH}\beta(f_{cm})\beta(t_0) = 1{,}435 \cdot 2{,}206 \cdot 0{,}595 = 1{,}884 .$$

Součinitel závislý na relativní vlhkosti (RH v %) a na náhradním rozměru h_0 (mm), pro $f_{cm} > 35MPa$

$$\beta_H = 1{,}5 \cdot \left[1 + (0{,}012RH)^{18}\right] \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3 =$$
$$1{,}5 \cdot \left[1 + (0{,}012 \cdot 50)^{18}\right] \cdot 213{,}1 + 250 \cdot 0{,}7768 = \underline{513{,}9} \leq 1500 \cdot \alpha_3 = 1500 \cdot 0{,}7768 = 1165{,}2.$$

Součinitel časového průběhu dotvarování

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0}\right]^{0,3} = \left[\frac{(18250 - 4{,}82}{(513{,}9 + 18250 - 4{,}82}\right]^{0,3} = 0{,}9917 .$$

$t = 50let = 18250dnů$ - stáří betonu v uvažovaném okamžiku.

$t_0 = 4{,}82dní$ - okamžik vnesení zatížení.

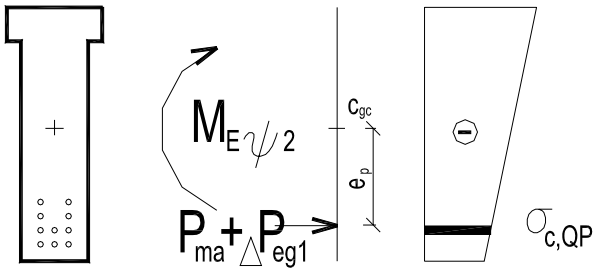
Součinitel dotvarování

$\phi(t,t_0) = \phi_0 \beta_c(t,t_0) = 1{,}884 \cdot 0{,}9917 = 1{,}868$.

Napětí v betonu v úrovni předpínací výztuže vyvozené vlastní tíhou, počátečním předpětím a dalšími kvazi-stálými zatíženími, *Obr. 3.12*.

$$\sigma_{c,QP} = -\frac{P_{ma} + \Delta P_{eg1}}{A_c} - \frac{(P_{ma} + \Delta P_{eg1})e_p^2}{I_c} + \frac{M_{E\psi 2}}{I_c} e_p =$$

$$= -\frac{1665{,}2 + 76{,}4}{0{,}228} - \frac{(1665{,}2 + 76{,}4) \cdot 0{,}3455^2}{0{,}01632} + \frac{702{,}7}{0{,}01632} 0{,}3455 = -5{,}5MPa.$$



Obr. 3.12 Výpočet napětí v úrovni předpínací výztuže

Ztráta dotvarováním

$$\Delta\sigma_{pc} = \frac{E_p}{E_{cm}} \phi_{(t,t0)} \sigma_{c,QP} = -\frac{195}{37} 1{,}868 \cdot 5{,}500 = -54{,}1MPa.$$

E_{cm} je pro výpočet ztráty uvažováno přibližně ve 28 dnech, přesněji by mělo být napětí v betonu a dotvarování spočteno zvlášť pro jednotlivé časové intervaly podle časů aplikace dlouhodobých zatížení.

Celková ztráta za interval (t_a=1den, ∞). ([1], vztah 5.46)

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0{,}8\Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \phi_{(t,t0)} \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} (1 + \frac{A_c}{I_c} e_p^2)[1 + 0{,}8\phi_{(t,t0)}]} =$$

$$= \frac{-106{,}4 - 0{,}8 \cdot 22{,}3 - 54{,}1}{1 + \frac{195}{37} \cdot \frac{0{,}0014}{0{,}228} \cdot (1 + \frac{0{,}228}{0{,}01632} 0{,}3455^2)[1 + 0{,}8 \cdot 1{,}868]} = \underline{-146{,}7MPa}$$

Napětí ve výztuži po 50 letech.

a) po okamžitých i dlouhodobých ztrátách včetně ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu od dlouhodobých zatížení

$$\sigma_{p\infty} = \sigma_{pa} + \Delta\sigma_{peg1} + \Delta\sigma_{p,c+s+r} = 1189{,}4 + 54{,}6 - 146{,}7 = \underline{1097{,}3}MPa.$$

b) po okamžitých i dlouhodobých ztrátách bez ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu (pro výpočet s ideálním průřezem)

$$\sigma_{p\infty} = 1189{,}4 - 146{,}7 + 110{,}13 - 19{,}16 = \underline{1133{,}7}MPa.$$

Síla ve výztuži po 50 letech.

a) po okamžitých i dlouhodobých ztrátách včetně ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu od dlouhodobých zatížení

$$P_{m\infty} = \sigma_{p\infty} A_p = 1097{,}3 \cdot 10^3 \cdot 0{,}00140 = \underline{1536{,}2}kN.$$

c) po okamžitých i dlouhodobých ztrátách bez ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu (pro výpočet s ideálním průřezem)

$$P_{m\infty} = \sigma_{p\infty} A_p = 1133{,}7 \cdot 10^3 \cdot 0{,}00140 = \underline{1587{,}2}kN.$$

Porovnání velikosti spočtené ztráty s předpokládanou ztrátou uvažovanou v kapitole 3.2.7 návrh předpětí.

$$\sigma_{p,\infty(\,odhad\,)} = 1292 \cdot (1 - 0{,}85) = 1098{,}2MPa \approx \sigma_{p,\infty} = 1097{,}3MPa.$$

Lze konstatovat, že velikost vypočtené ztráty odpovídá původnímu odhadu ztrát předpětí ve výši 15 % z celkového maximálního napětí.

3.3.2.6 Změna předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu $\Delta\sigma_{peq}$

Změnu předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu od účinků krátkodobých proměnných zatížení vyjádříme jako přírůstek napětí ve výztuži od tohoto zatížení. Změna je zjednodušeně uvažována pro modul pružnosti betonu v čase 28dní.

Uvažovaný moment od krátkodobého zatížení

$$\overline{M}_{EQk} = (1 - \psi_{2,1}) \cdot M_{EQk} = (1 - 0{,}3) \cdot 225{,}2 = 157{,}6kNm.$$

Změna napětí ve výztuži:

$$\Delta\sigma_{peq} = \frac{\overline{M}_{EQk}}{I_i} e_{pi} \frac{E_p}{E_{cm}} = \frac{157{,}6 \cdot 10^{-3}}{0{,}01718} 0{,}3346 \frac{195}{37} = 16{,}17MPa.$$

Tato hodnota bude využita pro kontrolu střední hodnoty napětí v předpínací výztuži při charakteristické kombinaci zatížení, která podle [1], čl. 7.2 (5) nemá překročit $k_5 f_{pk}$.

3.3.3 Ztráty předpětí u podpory (l_{pt2})

Úkol

Jak se mění ztráty předpětím po délce nosníku? Vyzkoušete si výpočet ztrát v průřezu ve vdálenosti l_{pt2} od konce nosníku.

Řešení

V následujícím textu je uveden výpočet ztrát v průřezu l_{pt2} . Výpočet je obdobný, jako pro průřez v polovině rozpětí, proto zde nebudeme uvádět podrobný komentář a omezíme se jen na nezbytně nutý výklad.

3.3.3.1 Okamžité ztráty při napínání (interval 0-1den)

Okamžité ztráty před vnesením předpětí do betonu v průřezu ve vzdálenosti l_{pt2} od konce nosníku jsou stejné jako v průřezu v polovině rozpětí. Pro přehlednost jsou uvedeny v *tab. 3.7*.

Dále je nutné stanovit ztrátu okamžitým pružným přetvořením betonu při předpínání. Vzhledem k separaci lan (viz kapitola 3.4.2) uvažujeme průřez s 6 lany, jehož průřezové charakteristiky jsou uvedeny v *tab. 3.8*.

$$\nu = \frac{A_p E_p}{A_c E_{cm}(t)} = \frac{0{,}00084 \cdot 195}{0{,}228 \cdot 33{,}94} = 0{,}02117\,,$$

$$\psi = \nu \cdot (1 + \frac{A_c e_p^2}{I_c}) = 0{,}02117(1 + \frac{0{,}228 \cdot 0{,}3189^2}{0{,}01632}) = 0{,}05124\,,$$

$$\Delta\sigma_{pe} = -\sigma_p \psi / (1+\psi) = 1280{,}4 \cdot 0{,}05124 / (1 + 0{,}05124)$$

$$\Delta\sigma_{pe} = \underline{-62{,}4 MPa}.$$

Změna předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu při předpínání od účinků vlastní tíhy.

$$\Delta\sigma_{peg0} = \frac{M_{E0k}(l_{pt2})}{I_i} e_{pi} \frac{E_p}{E_{cm}(t)} = \frac{0{,}0355}{0{,}01677} 0{,}3128 \frac{195}{33{,}94} = 3{,}8 MPa.$$

Moment od vlastní tíhy v místě l_{pt2}

$$M_{E0k}(l_{pt2}) = \frac{1}{2} 5{,}7 \cdot 15{,}5 \cdot (0{,}975 - 0{,}125) - \frac{1}{2} 5{,}7 \cdot (0{,}975 - 0{,}125)^2 = 35{,}5 kNm.$$

Okamžité ztráty celkem: $\sum \Delta\sigma_p = -87{,}6 - 62{,}4 + 3{,}8 = -146{,}2 MPa.$

Posouzení napětí ve výztuži v okamžiku bezprostředně po vnesení předpětí do betonu (po okamžitých ztrátách)

$$\sigma_{pa} = \sigma_{p0} + \sum \Delta\sigma_p = 1368 - 146{,}2 = 1221{,}7 MPa < \sigma_{pm0(x)} = 1292 MPa \text{ vyhovuje.}$$

Síla ve výztuži těsně po vnesení předpětí do betonu (po okamžitých ztrátách včetně ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu při předpínání)

$$P_{ma} = \sigma_{pa} A_p = 1221{,}7 \cdot 10^3 \cdot 0{,}00084 = 1026{,}2 kN.$$

3.3.3.2 Dlouhodobé provozní ztráty

Změna předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu

Změnu předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu od účinků dlouhodobých zatížení (g_{eg1} - kvazi-stálá kombinace) vyjma vlastní tíhy vyjádříme jako přírůstek napětí ve výztuži od tohoto zatížení. Změna je zjednodušeně uvažována pro modul pružnosti betonu v čase 28dní.

$$g_{eg1} = 15{,}45 + 0{,}3 \cdot 7{,}5 = 17{,}7 kN/m.$$

$$M_{Eg1} = \frac{1}{2} 17{,}7 \cdot 15{,}5 \cdot 0{,}85 - \frac{1}{2} 17{,}7 \cdot 0{,}85^2 = 110{,}2 kNm$$

Změna napětí:

$$\Delta\sigma_{peg1} = \frac{M_{Eg1}}{I_i} e_{pi} \frac{E_p}{E_{cm}} = \frac{110{,}2 \cdot 10^{-3}}{0{,}01677} 0{,}3128 \frac{195}{37} = 10{,}8 MPa.$$

Z toho změna předpínací síly:

$$\Delta P_{peg1} = \Delta\sigma_{peg1} \cdot A_p = 10{,}8 \cdot 10^3 \cdot 0{,}00084 = 9{,}1 kN.$$

Ztráta relaxací $\Delta\sigma_{pr}$

Tahové napětí v předpínací výztuži bezprostředně po okamžiku t_i

$\sigma_{pi}^{+} = \sigma_{pa} + \Delta\sigma_{peg1} = 1221{,}7 + 10{,}8 = 1232{,}5 MPa.$

$\sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j} = -26{,}2 - 5{,}168 = -31{,}4 MPa$ je součet veškerých ztrát relaxací již proběhlých v předcházejících stádiích (0, 1 den).

Nové „počáteční“ napětí pro účely výpočtu kapacity relaxace

$$\sigma_{pi}^{+} - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j} = 1232{,}5 + 31{,}4 = 1264 MPa.$$

Součinitel $\mu = (\sigma_{pi}^{+} - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j}) \Big/ f_{pk} = 1264 / 1770 = 0{,}7141.$

$$\sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j} = -0{,}66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9{,}1 \cdot \mu} \left(\frac{t_e}{1000}\right)^{0{,}75(1-\mu)} \cdot \left\{\sigma_{pi}^{+} - \sum_{1}^{i-1} \Delta\sigma_{pr,j}\right\} \cdot 10^{-5}$$

$$-31{,}4 = -0{,}66 \cdot 2{,}5 \cdot e^{9{,}1 \cdot 0{,}7141} \left(\frac{t_e}{1000}\right)^{0{,}75(1-0{,}7141)} 10^{-5} \cdot 1264$$

řešením rovnice dostáváme ekvivalentní čas $t_e = 45207 hod.$

Ztráta relaxací v daném intervalu:

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i = 438000 - 6812{,}7 = 431187{,}3 dní,$$

$$\Delta\sigma_{pr,i} = -0{,}66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9{,}1\cdot\mu}\left(\frac{t_e + \Delta t_i}{1000}\right)^{0{,}75(1-\mu)} \cdot \left\{\sigma_{pi}^{+} - \sum_{1}^{i-1}\Delta\sigma_{pr,j}\right\} \cdot 10^{-5} - \sum_{1}^{i-1}\Delta\sigma_{pr,j} =$$

$$= -0{,}66 \cdot 2{,}5 \cdot e^{9{,}1\cdot 0{,}7141}\left(\frac{45207 + 431187{,}3}{1000}\right)^{0{,}75(1-0{,}7141)} \cdot 1264 \cdot 10^{-5} + 31{,}4 = \underline{-20{,}6\,MPa}.$$

Ztráta smršťováním $\Delta\sigma_{ps}$

Ztráta je stejná jako v průřezu v polovině rozpětí $\Delta\sigma_{ps} = -106{,}4\,MPa$.

Ztráta dotvarováním betonu $\Delta\sigma_{pc}$

Součinitel dotvarování $\phi_{(t,t0)}$ je stejný jako v průřezu v polovině rozpětí.

Napětí v betonu v úrovni předpínací výztuže vyvozené vlastní tíhou, počátečním předpětím a dalšími kvazi-stálými zatíženími

$$g_{e\psi 2} = 21{,}15 + 0{,}3 \cdot 7{,}5 = 23{,}4\,kN/m.$$

$$M_{E\psi 2} = \frac{1}{2}23{,}4 \cdot 15{,}5 \cdot 0{,}85 - \frac{1}{2}23{,}4 \cdot 0{,}85^2 = 145{,}7\,kNm$$

$$\sigma_{c,QP} = -\frac{P_{ma} + \Delta P_{eg1}}{A_c} - \frac{(P_{ma} + \Delta P_{eg1})e_p^2}{I_c} + \frac{M_{E\psi 2}}{I_c}e_p =$$

$$= -\frac{1026{,}2 + 9{,}1}{0{,}228} - \frac{(1026{,}2 + 9{,}1)\cdot 0{,}3189^2}{0{,}01632} + \frac{145{,}7}{0{,}01632}0{,}3189 = -8{,}14\,MPa.$$

Ztráta dotvarováním

$$\Delta\sigma_{pc} = \frac{E_p}{E_{cm}}\phi_{(t,t0)}\sigma_{c,QP} = -\frac{195}{37}1{,}868 \cdot 8{,}14 = -80{,}1\,MPa.$$

Celková ztráta za interval (t_a=1den, ∞). ([1], vztah 5.46)

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs}E_p + 0{,}8\Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}}\phi_{(t,t0)}\sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}}\frac{A_p}{A_c}\left(1 + \frac{A_c}{I_c}e_p^2\right)[1 + 0{,}8\phi_{(t,t0)}]} =$$

$$= \frac{-106{,}4 - 0{,}8 \cdot 20{,}6 - 80{,}1}{1 + \frac{195}{37}\cdot\frac{0{,}00084}{0{,}228}\cdot\left(1 + \frac{0{,}228}{0{,}01632}0{,}3189^2\right)\cdot[1 + 0{,}8 \cdot 1{,}868]} = \underline{-181{,}7\,MPa}$$

Napětí ve výztuži po 50 letech.

a) po okamžitých i dlouhodobých ztrátách včetně ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu od dlouhodobých zatížení
$\sigma_{p\infty} = \sigma_{pa} + \Delta\sigma_{peg1} + \Delta\sigma_{p,c+s+r} = 1221{,}7 + 10{,}8 - 181{,}7 = \underline{1050{,}8}\,MPa.$

b) po okamžitých i dlouhodobých ztrátách bez ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu (pro výpočet s ideálním průřezem)
$\sigma_{p\infty} = 1221{,}7 - 181{,}7 + 62{,}4 - 3{,}8 = 1098{,}6\,MPa.$

Síla ve výztuži po 50 letech.

a) po okamžitých i dlouhodobých ztrátách včetně ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu od dlouhodobých zatížení $P_{m\infty} = \sigma_{p\infty} A_p = 1050{,}8 \cdot 10^3 \cdot 0{,}00084 = 882{,}7kN.$

b) po okamžitých i dlouhodobých ztrátách bez ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu (pro výpočet s ideálním průřezem) $P_{m\infty} = \sigma_{p\infty} A_p = 1098{,}6 \cdot 10^3 \cdot 0{,}00084 = 922{,}8kN.$

Změna předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu $\Delta\sigma_{peq}$

Změna předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu od účinků krátkodobých proměnných zatížení. Uvažované zatížení a ohybový moment od krátkodobého zatížení

$$g_{EQk} = (1 - 0{,}3) \cdot 7{,}5 = 5{,}25kN/m.$$

$$\overline{M}_{EQk} = \frac{1}{2} 5{,}25 \cdot 15{,}5 \cdot 0{,}85 - \frac{1}{2} 5{,}25 \cdot 0{,}85^2 = 32{,}7kNm.$$

Změna napětí ve výztuži:

$$\Delta\sigma_{peq} = \frac{\overline{M}_{EQk}}{I_i} e_{pi} \frac{E_p}{E_{cm}} = \frac{32{,}7 \cdot 10^{-3}}{0{,}01677} 0{,}3128 \frac{195}{37} = 3{,}2MPa.$$

Tab.3.7 Přehled spočtených ztrát předpětí

Ztráta (napětí)		**Průřez I/2**	**Průřez I_{pt2}**	
počáteční napětí	σ_{p0} =	1368	1368	MPa
ztráta pokluzem	$\Delta\sigma_{pw}$ =	-22.5	-22.5	MPa
ztráta přetvořením opěrného zařízení	$\Delta\sigma_{pA}$ =	-7.02	-7.02	MPa
korekce podržením	$\Delta\sigma_{pr,\,cor}$ =	-5.167	-5.167	MPa
ztráta relaxací - krátkodobá část	$\Delta\sigma_{pr}$ =	-26.20	-26.20	MPa
teplotní ztráty	$\Delta\sigma_{pT}$ =	-31.88	-31.88	MPa
ztráty výrobní	$\Sigma\Delta\sigma p$ =	-87.59	-87.59	MPa
napětí po výrobních ztrátách bez ztrát pružným přetvořením betonu	σ_{pa} =	1280.4	1280.4	MPa
ztráta pružným přetvořením betonu	$\Delta\sigma_{pe}$ =	-110.1	-62.4	MPa
napětí ve výztuži po výrobních ztrátách a ztrátách pružným přetvořením betonu	σ_{pa} =	**1189.4**	**1221.8**	MPa
změna předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu od dlouhodobého zatížení - mimo vlastní tíhu	$\Delta\sigma_{peg1}$ =	54.6	10.8	MPa
dlouhodobá část relaxace	$\Delta\sigma_{pr}$ =	-22.4	-20.6	MPa
ztráta smršťováním	$\Delta\sigma_{ps}$ =	-106.4	-106.4	MPa
ztráta dotvarováním	$\Delta\sigma_{pc}$ =	-54.2	-80.2	MPa
napětí ve výztuži po 50 let, od dlouhodobých účinků a včetně ztrát pružným přetvořením betonu	σ_{pnek} =	**1097.2**	**1050.9**	MPa
napětí ve výztuži po 50 let od dlouhodobých účinků a bez ztrát pružným přetvořením betonu	σ_{pnek} =	**1133.6**	**1098.7**	MPa
změna předpětí okamžitým pružným přetvořením betonu od krátkodobého zatížení	$\Delta\sigma_{peq}$ =	16.2	3.2	MPa

3.4 Mezní stavy omezení napětí a kontroly trhlin v betonu

Úkol

Proveďte posouzení průřezů na mezní stavy omezení napětí a kontrolu trhlin.

Řešení

3.4.1 Průřez v polovině rozpětí v čase t=∞

3.4.1.1 Omezení napětí v předpínací výztuži

Střední hodnota napětí v předpínací výztuži při charakteristické kombinaci zatížení nemá podle [1], čl. 7.2 (5) překročit hodnotu $k_5 f_{pk}$, $k_5 = 0{,}75$.

a) na konci životnosti

$\sigma_{p\infty} + \Delta\sigma_{peq} \le k_5 f_{pk}$

$1097{,}3 + 16{,}17 = 1113{,}47 MPa \le 0{,}75 \cdot 1770 = 1327{,}5 MPa$ *vyhovuje.*

b) bez prostředně po instalaci ostatního stálého a proměnného zatížení, na stranu bezpečnou neuvažujeme celou hodnotu dlouhodobých ztrát

$\sigma_{p\infty} - \Delta\sigma_{p,c+s+r} + \Delta\sigma_{peq} \le k_5 f_{pk}$

$1097{,}3 + 146{,}7 + 16{,}17 = 1260{,}17 MPa \le 0{,}75 \cdot 1770 = 1327{,}5 MPa$ *vyhovuje.*

3.4.1.2 Omezení napětí v betonu

Výpočet je proveden pro předpínací sílu bez ztrát okamžitým pružným přetvořením betonu. Pro zohlednění této ztráty proto dále při výpočtu napětí pracujeme s charakteristikami ideálního průřezu.

Při výpočtech použitelnosti a únavy musí být uvažovány odchylky možných změn předpětí. V mezním stavu použitelnosti se stanoví dvě charakteristické hodnoty předpínací síly:

- horní charakteristická hodnota $P_{k,sup} = r_{sup} \cdot P_{m\infty} = 1{,}05 \cdot 1587{,}2 = 1666{,}6 kN$,
- dolní charakteristická hodnota $P_{k,inf} = r_{inf} \cdot P_{m\infty} = 0{,}95 \cdot 1587{,}2 = 1507{,}8 kN$.

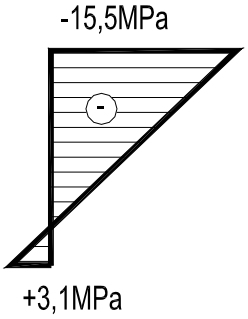
Posouzení vzniku podélných trhlin v prvku při charakteristické kombinaci zatížení

$$\sigma_h = \frac{P_{k,inf}}{A_i} + \frac{P_{k,inf} e_{pi}}{I_i} z_{ci} - \frac{M_{Ek}}{I_i} z_{ci} = -\frac{1507{,}8}{0{,}2355} + \frac{1507{,}8 \cdot 0{,}3346}{0{,}01719} 0{,}4404 - \frac{860{,}4}{0{,}01719} 0{,}4404$$

$$= \left| -15{,}5 MPa \right| < 0{,}6 \cdot f_{ck} = 0{,}6 \cdot 50 = 30 MPa \text{ vyhovuje, nevzniknou podélné trhliny}$$

$$\sigma_d = -\frac{P_{k,inf}}{A_i} + \frac{P_{k,inf} e_{pi}}{I_i} z_{ti} - \frac{M_{Ek}}{I_i} z_{ti} = -\frac{1507,8}{0,2355} - \frac{1507,8 \cdot 0,3346}{0,01719} 0,4596 + \frac{860,4}{0,01719} 0,4596$$

$= 3,1MPa < f_{ctm} = 4,1MPa$ *(nevzniknou kolmé trhliny).*



Obr. 3.13 Napětí od charakteristické kombinace

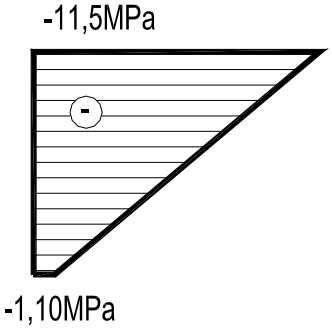
Posouzení lineárního dotvarování pro kvazistálou kombinaci zatížení

$$\sigma_h = -\frac{P_{k,inf}}{A_i} + \frac{P_{k,inf} e_{pi}}{I_i} z_{ci} - \frac{M_{E\psi 2}}{I_i} z_{ci} = -\frac{1507,8}{0,2355} + \frac{1507,8 \cdot 0,3346}{0,01719} 0,4404 - \frac{702,7}{0,01719} 0,4404$$

$= \left|-11,5MPa\right| < 0,45 \cdot f_{ck} = 0,45 \cdot 50 = 22,50MPa$ *vyhovuje*

$$\sigma_d = -\frac{P_{k,inf}}{A_i} + \frac{P_{k,inf} e_{pi}}{I_i} z_{ti} - \frac{M_{E\psi 2}}{I_i} z_{ti} = -\frac{1507,8}{0,2355} - \frac{1507,8 \cdot 0,3346}{0,01719} 0,4596 + \frac{702,7}{0,01719} 0,4596$$

$= -1,1MPa$*(tlak)*



Obr. 3.14 Napětí od kvazi-stálé kombinace

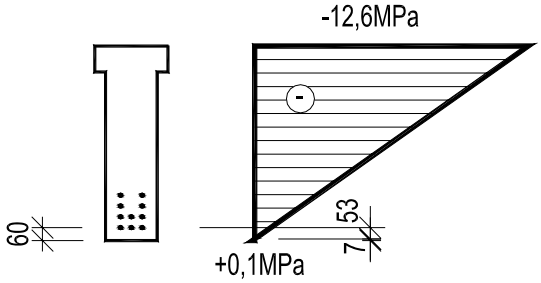
Posouzení dekomprese pro častou kombinaci zatížení

$$\sigma_h = -\frac{P_{k,inf}}{A_i} + \frac{P_{k,inf} e_{pi}}{I_i} z_{ci} - \frac{M_{E\psi 1}}{I_i} z_{ci} = -\frac{1507,8}{0,2355} + \frac{1507,8 \cdot 0,3343}{0,01719} 0,4404 - \frac{747,8}{0,01719} 0,4404 =$$

$= \left|-12,6MPa\right|$ *tlak*

$$\sigma_d = -\frac{P_{k,inf}}{A_i} + \frac{P_{k,inf} e_{pi}}{I_i} z_{ti} - \frac{M_{E\psi 1}}{I_i} z_{ti} = -\frac{1507,8}{0,2355} - \frac{1507,8 \cdot 0,3343}{0,01719} 0,4596 + \frac{747,8}{0,01719} 0,4596$$

$$= \underline{0,1MPa}$$



Obr. 3.15 Napětí od časté kombinace

Tažená výška průřezu x_t

$$\frac{\sigma_h}{(h - x_t)} = \frac{\sigma_d}{x_t} \Rightarrow x_t = \frac{h\sigma_d}{(\sigma_d + \sigma_h)} = \frac{0,9 \cdot 0,1}{(0,1 + 12,6)} = 0,007m$$

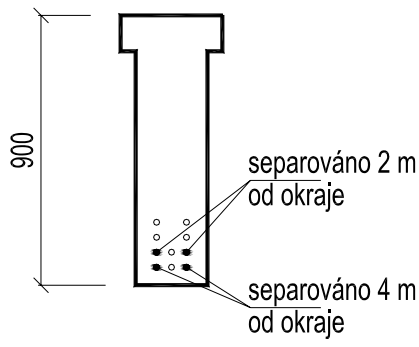
Vzdálenost spodní předpínací výztuže od dolního okraje průřezu je *0,06 m*. $\Rightarrow 0,060 - 0,007 = 0,053m > 0,025m. \Rightarrow$ Veškerá předpínací výztuž je tedy min. 25 mm v tlačeném betonu. Průřez vyhovuje na dekompresi (pro třídu prostředí XC1 ale není normou dekomprese požadována pro žádnou kombinaci zatížení)

3.4.2 Průřez u podpory v čase $t=t_a$

3.4.2.1 Omezení napětí v předpínací výztuži

Řešení je obdobné jako pro průřez v polovině rozpětí.

3.4.2.2 Omezení napětí v betonu



V okamžiku vnesení předpětí do nosníku působí na nosník velká předpínací síla a malé svislé zatížení (pouze vlastní tíha). Předpínací síla je do betonu vnášena postupně (lineárně) na délce $l_{pt1}=0,650m$. Na konci této délky dosahuje předpínací síla již svého maxima. Jedná se o průřez blízko podpory, kde jsou malé ohybové účinky od svislého zatížení. Vlivem excentricity předpínací síly dochází při dolním okraji k velkému tlakovému namáhání a při horním po-

Obr. 3.16 Separovaná lana

vrchu může být i značné tahové namáhání betonu.

V praxi je situace o to komplikovanější, že je obvykle namáhán velmi mladý beton (1den). V našem případě předpokládáme, že je např. speciálním složením betonové směsi nebo proteplováním (viz výše) předpínací dráhy dosaženo po 1 dnu cca 75% pevnosti betonu.

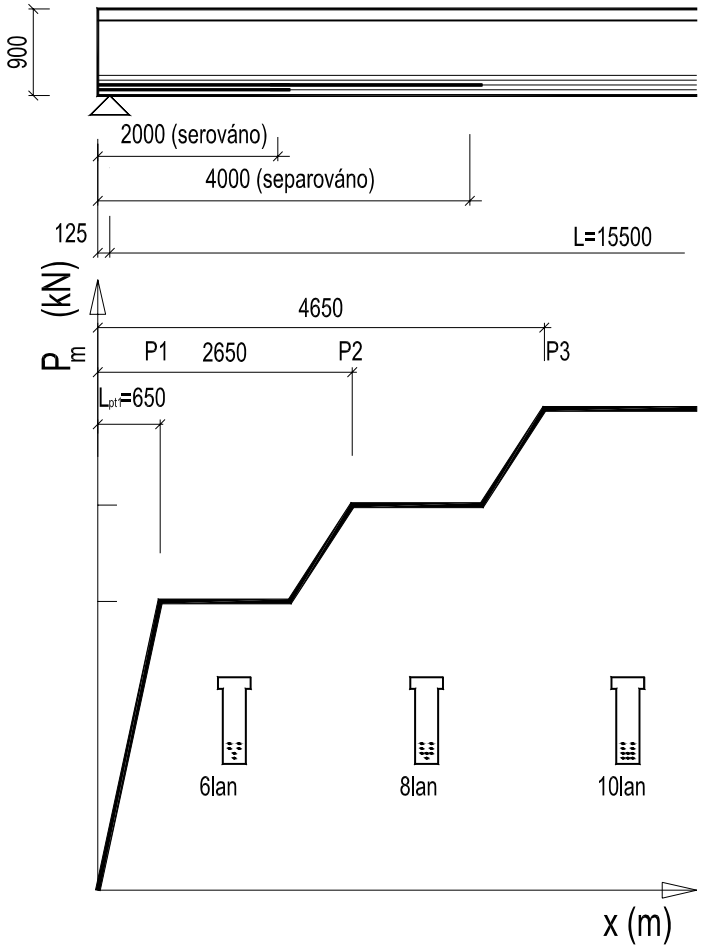
Jak bylo prokázáno v kapitole 3.2.7, není možno dovést veškerou předpínací výztuž až do konce nosníku. V oblasti u podpory je proto navržena separace lan. Separována jsou dvě lana ve spodní řadě na délce 4,0 m a dvě lana ve druhé řadě na délce 2,0 m, *Obr. 3.16, Obr. 3.17.*

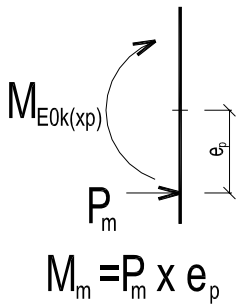
Posouzení vzniku podélných trhlin v prvku v okamžiku vnesení předpětí $\sigma_c < 0{,}6\, f_{ck}(t)$ a posouzení lineárního dotvarování $\sigma_c < 0{,}45\, f_{ck}$ provedeme ve třech průřezech (P1, P2, P3 - vždy na konci lineárního nárůstu síly).

Posouzení je opět provedeno dle standardních vztahů z pružnosti

$\sigma_{h(d)} = -\frac{P_m}{A_i} + \frac{P_m e_{pi}}{I_i} z_{ti(ci)} \pm \frac{M_{E0k(xp)}}{I_i} z_{ti(ci)}$ a je uvedeno v *tab. 3.8* a na *Obr. 3.19.*

Charakteristická hodnota předpínací síly P_m v době vnesení předpětí: $P_m = r_{sup} A_p \cdot \sigma_{pa}$.





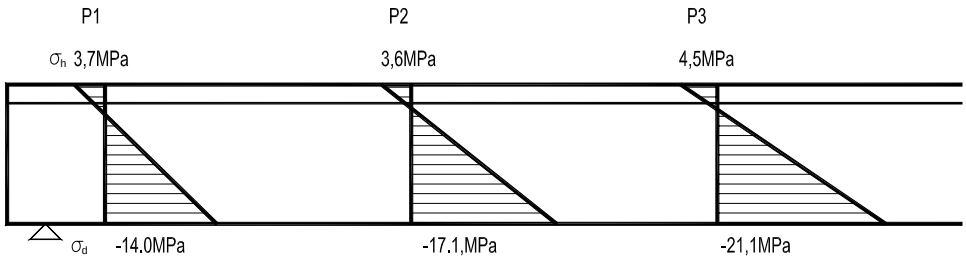
Obr. 3.18 Označení veličin v tab. 3.7

Obr. 3.17 Oblast u podpory – vnesení předpětí

Tab. 3.8 – Normálová napětí u podpory

průřez			P1	P2	P3
zatížení od vlastní tíhy	g_{0k} =	kN/m	5.700	5.700	5.700
poloha posuzovaného řezu od okraje nosníku	x =	m	0.650	2.650	4.650
vzdálenost řezu od teoretické podpory	x_p =	m	0.525	2.525	4.525
moment od zatížení	$M_{E0k}(xp)$ =	kNm	22.4	93.4	141.5
počet lan	n_p =	ks	**6**	**8**	**10**
plocha předpínacích lan	A_p =	m^2	0.0008400	0.001120	0.001400
poloha těžiště lan	a_p =	m	0.1517	0.1413	0.1250
excentricita předpínací síly	e_p =	m	0.3189	0.3293	0.3455
plocha ideálního průřezu	A_i =	m^2	0.2324	0.2339	0.2354
vzdálenost těžiště ideálního průřezu od těžiště betonového průřezu	c_i =	m	0.00607	0.00831	0.01083
excentricita předpínací síly od těžiště ideálního průřezu	e_{pi} =	m	0.3128	0.3210	0.3347
vzdálenost těžiště I.P. k horním vláknům	z_{ci} =	m	0.43555	0.43778	0.44030
vzdálenost těžiště I.P. k dolním vláknům	z_{ti} =	m	0.46445	0.46222	0.45970
moment setrvačnosti I.P.	J_i =	m^4	0.01677	0.01695	0.01718
napětí v čase vnesení předpětí do betonu	σ_{pa} =	MPa	1280	1280	1280
součinitel předpětí	r_{sup} =		1.05	1.05	1.05
velikost předpínací síly	P_m	kN	1129.3	1505.8	1882.2
moment od předpětí	M_m	kNm	353.2	483.3	630.0
normálové napětí v horních vláknech	σ_h =	MPa	**3.74**	**3.63**	**4.52**
normálové napětí v dolních vláknech	σ_d =	MPa	**-14.02**	**-17.07**	**-21.07**
mezní napětí v tahu (75%)	$f_{ctm\ (t)}$ =	MPa	3.075	3.075	3.075
			nevyhovuje	**nevyhovuje**	**nevyhovuje**
mezní napětí v tlaku (75%)	$0{,}6_{ck(t)}$ =	MPa	22.5	22.5	22.5
			vyhovuje	**vyhovuje**	**vyhovuje**
mezní napětí v tlaku- omezení lineárního dotvarování	$0{,}45f_{ck}$ =	MPa	22.5	22.5	22.5
			vyhovuje	**vyhovuje**	**vyhovuje**

U horního povrchu vzniknou v čase napínání ohybové trhliny. Trhliny jsou přechodné a zavřou se po aplikaci ostatního stálého zatížení. V praxi je ale nutné prokázat jejich šířku, případně navrhnout betonářskou výztuž k hornímu okraji k jejich omezení tak, aby trhliny vzniklé v montážním stádiu neovlivnily nepříznivě konečná stádia (například celkové průhyby apod.).



Obr. 3.19 Průběh normálového napětí u podpory

3.5 Mezní stav únosnosti při porušení momentem a normálovou silou

3.5.1 Průřez v polovině rozpětí (l/2) v čase t=∞

Úkol

Posuďte daný nosník v čase 50 let na mezní stav porušení normálovou silou a ohybovým momentem.

Řešení

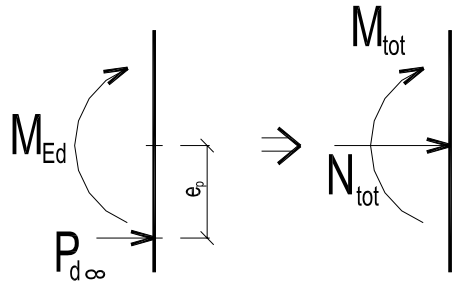
Je dáno:

- návrhový moment od svislého zatížení (základní kombinace MSU – STR) $M_{Ed} = 1195{,}2kNm$,
- dílčí součinitel předpětí $\gamma_p = 1{,}0$ (čl. 2.4.2.2 [1]).
- návrhová hodnota předpínací síly v čase t=∞, $P_{d\infty} = \gamma_p P_{m\infty} = 1587{,}2kN$ působící na excentricitě $e_p = 0{,}3455m$ od těžiště průřezu.

Složení účinků svislého zatížení a předpínací síly

$N_{tot} = \gamma_p P_{m\infty} = 1587{,}2kN\,(tlak)$

$M_{tot} = M_{Ed} + \gamma_p P_{\infty} e_p = 1195{,}2 - 1{,}0 \cdot 1587{,}2 \cdot 0{,}3455 = 646{,}8kNm (táhne\ sponí\ vlákna).$



Obr. 3.20 Složení účinků zatížení

Předpoklady posouzení:

- lineární průběh přetvoření po výšce průřezu i po deformaci,
- poměrné přetvoření soudržné betonářské a předpínací výztuže v tahu i v tlaku, je stejné jako poměrné přetvoření okolního betonu,
- tahová pevnost betonu se zanedbává,
- tlaková napětí v betonu jsou odvozena z pracovních diagramů (kapitola 3.1.7 [1]), v našem případě v tlačené části betonu uvažujeme na výšce $\lambda \cdot x = 0{,}8 \cdot x$ rovnoměrné rozdělení napětí,
- poměrné přetvoření betonu je omezeno hodnotou $\varepsilon_{cu3} = -0{,}0035$,
- napětí v betonářské a předpínací výztuži je odvozeno z pracovních diagramů (viz kapitola 3.2.7 [1]). Uvažujeme pracovní diagram předpínací výztuže s vodorovnou neomezenou větví. Vzhledem k tomu je zřejmé, že o únosnosti rozhoduje namáhání krajních vláken betonu. Betonářskou výztuž pro zjednodušení pro mezní stav únosnosti neuvažujeme.

Základní napětí v předpínací výztuži $\sigma_p^0 = \sigma_{p\infty} = 1133{,}7\,MPa$, tomu odpovídá přetvoření předpínací výztuže.

$$\varepsilon_p^0 = \frac{\sigma_p^0}{E_p} = \frac{1133{,}7}{195 \cdot 10^3} = 0{,}005813\,MPa.$$

Platnost Hookova zákona je omezena přetvořením

$$\varepsilon_{py} = \frac{f_{pd}}{E_p} = \frac{1365}{195 \cdot 10^3} = 0{,}007 > \varepsilon_{p0}.$$

Předpokládáme maximální možnou změnu napětí ve výztuži

$$\Delta\sigma_p = f_{pd} - \sigma_p^0 = 1322 - 1133{,}7 = 188{,}3\,MPa.$$

Předpokládáme, že změna napětí bude stejná pro všechny vrstvy předpínací výztuže, tento předpoklad později ověříme. Pro změnu velikosti předpínací síly platí: $\Delta F_p = \Delta\sigma_p A_p = 188{,}3 \cdot 10^3 \cdot 0{,}0014 = 263{,}6\,kN$.

Silová podmínka rovnováhy:

$$N_{tot} = F_c - \Delta F_p$$

$$F_c = N_{tot} + \Delta F_p$$

$$A_{cc} = \frac{N_{tot} + \Delta F_p}{f_{cd}} = \frac{N_{tot} + \Delta F_p}{f_{cd}} = \frac{1587{,}2 + 263{,}6}{33{,}33 \cdot 10^3} = 0{,}0555\,m^2$$

$$\lambda x = A_{cc}/b = 0{,}0555/0{,}34 = 0{,}163\,m > 0{,}12\,m \Rightarrow$$

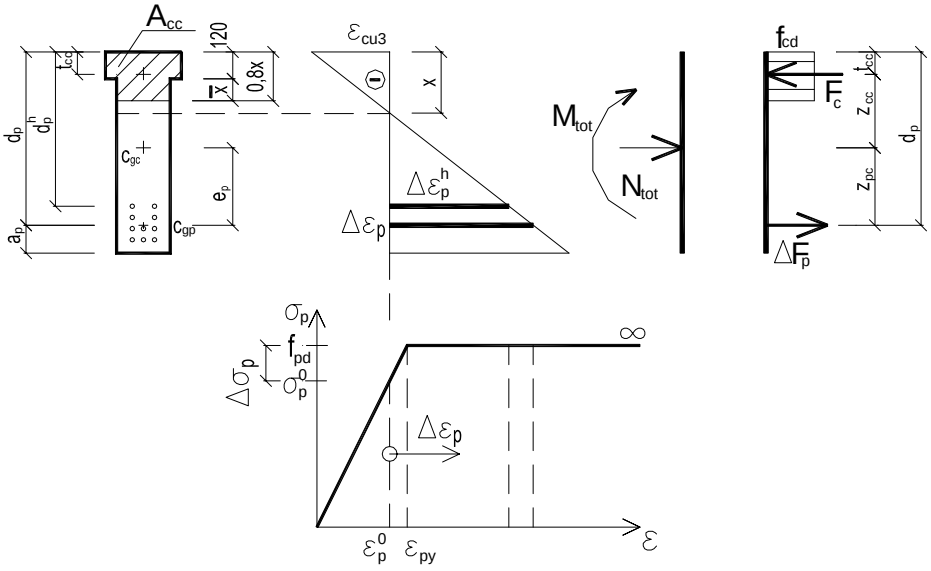
tlačená plocha je v tvaru T.

$$\bar{x} = \frac{A_{cc} - A_{pasnice}}{b_w} = \frac{0,0555 - 0,34 \cdot 0,12}{0,24} = 0,0613m$$

$$\lambda x = 0,12 + \bar{x} = 0,12 + 0,0613 = 0,1813m$$

$$x = 0,1813 / 0,8 = 0,2266m.$$

Síla v tlačeném betonu $F_c = A_{cc} f_{cd} = 0,0555 \cdot 33,33 \cdot 10^3 = 1850kN$.



Obr. 3.21 Mezní stav únosnosti M,N

Poloha horní vrstvy výztuže $d_p^h = 0,69m$.

Ověření předpokladu „plné využitelnosti“ všech vrstev výztuže

$$\frac{\Delta\varepsilon_p^h}{d_p^h - x} = \frac{\varepsilon_{cu3}}{x} \Rightarrow \Delta\varepsilon_p^h = \frac{0,0035}{0,2266}(0,69 - 0,2266) = 0,007157$$

$$\Delta\varepsilon_p^h + \varepsilon_p^0 = 0,007157 + 0,005813 = 0,01297 > \varepsilon_{py} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \textit{platí výše zavedený předpoklad.}$$

Těžiště tlačené plochy k hornímu okraji

$$t_{cc} = \frac{0,34 \cdot 0,12 \cdot 0,06 + 0,24 \cdot 0,0613 \cdot (0,12 + 0,5 \cdot 0,0613)}{0,0555} = 0,084m$$

Působiště síly F_c vztažené k těžišti průřezu

$$z_{cc} = t_c - t_{cc} = 0,429 - 0,084 = 0,345m.$$

Působiště síly ΔF_p vztažené k těžišti průřezu $z_{pc} = e_p = 0,346m$.

Moment na mezi únosnosti

$$M_{RD} = F_c \cdot z_{cc} + \Delta F_p \cdot z_{pc} = 1850 \cdot 0,345 + 263,6 \cdot 0,346 =$$

$$= \underline{729,5}kNm > M_{tot} \Rightarrow vyhovuje.$$

3.5.2 Průřez u podpory v čase $t=t_a$

Úkol

Stanovte mezní únosnost průřezu u podpory v čase vnesení zatížení.

Řešení

Posouzení provedeme v průřezu P3 (*Obr. 3.17*, $x_p = 4{,}525m$) od teoretické podpěry, tj. v průřezu, kde je extrémní normálová síla a působí zde pouze zatížení od vlastní tíhy. Je dáno:

- návrhový moment od svislého zatížení (vlastní tíha působí příznivě $\Rightarrow \gamma_F = 1{,}0$), $M_{E0d}(x_p) = M_{E0k}(x_p)\cdot\gamma_F = 141{,}5\cdot 1{,}0 = 141{,}5kNm$,
- dílčí součinitel předpětí $\gamma_p = 1{,}0$ (čl. 2.4.2.2 [1]).
- návrhová hodnota předpínací síly v čase $t=t_a$, $P_{da} = \gamma_p P_{ma} = 1793kN$ působící na excentricitě $e_p = 0{,}3455m$ od těžiště průřezu.

Složení účinků svislého zatížení a předpínací síly $N_{tot} = \gamma_p P_{da} = 1793kN(tlak)$,

$$M_{tot} = M_{E0d} + \gamma_p P_{da} e_p = 141{,}5 - 1{,}0\cdot 1793\cdot 0{,}3455 = -478kNm \text{(táhne horní vlákna)},$$

$$e = \frac{M_{tot}}{N_{tot}} = \frac{478}{1793} = 0{,}267m.$$

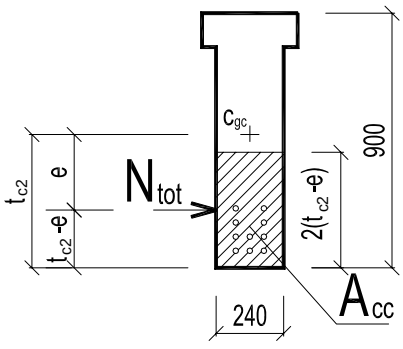
V průřezu nemáme při horním okraji navrženu žádnou výztuž, posouzení proto provedeme jako pro průřez z prostého betonu porušeného trhlinou. Návrhová pevnost betonu v tlaku je snížená součinitelem $\alpha_{cc} = 0{,}8$ (článek 12.3.1 [1]), dále je pevnost snížena v důsledku stáří betonu (75%) při napínání,

$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck}(1den)/\gamma_c = 0{,}8\cdot 0{,}75\cdot 50/1{,}5 = 20MPa$ (vztah 3.15 [1]).

Tlačená plocha $A_{cc} = 2\cdot b_w(t_{c2} - e) = 2\cdot 0{,}24\cdot(0{,}471 - 0{,}267) = 0{,}0979m^2$.

Návrhová únosnost při ohybovém momentu a normálové síle

$N_{RD} = \eta f_{cd} A_{cc} = 1\cdot 20\cdot 10^3\cdot 0{,}0979 = 1958kN > N_{tot} \Rightarrow vyhovuje.$



Obr. 3.22 Tlačená oblast

Průřez vyhovuje z prostého betonu. Pokud nejsou v praxi zajištěna účinná opatření redukující snížení dynamických účinků zohledňující možné dynamické namáhání při výrobě, přepravě a montáži, je nutné uvážit redukovanou hodnotu zatížení od vlastní tíhy dynamickým součinitelem $\delta < 1{,}0$. V našem případě by při horním povrchu bylo nutno navrhnou betonářkou výztuž a posudek provést dle stejných zásad jako v kapitole 3.5.1; s uvážení pracovních diagramů pro betonářskou výztuž.

3.6 Mezní stav únosnosti při porušení posouvající silou

Úkol

Posuďte daný nosník na mezní stav porušení posouvající silou, navrhněte smykovou výztuž.

Řešení

Dáno:

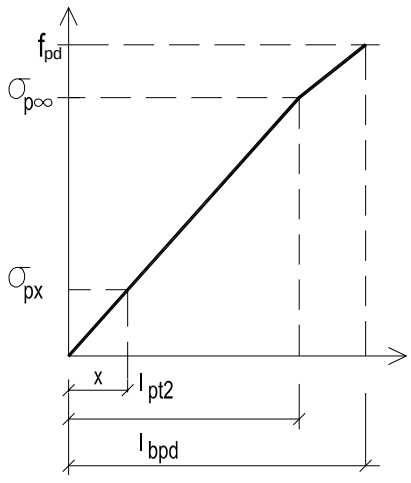
- návrhová hodnota posouvající síly v teoretické podpoře (max. v čase $t=\infty$): $V_{Ed} = 308{,}5kN$,
- uložení vaznice $u = 0{,}25m$,
- účinná délka *d=0,748 m* (průřez s 6 lany),
- návrhová hodnota délky přenosu předpínací síly $l_{pt2} = 975mm$.
- posouvající síla ve vzdálenosti *d* od líce podpory $V_{Ed1} = V_{Ed} - f_d(d + 0{,}5 \cdot u) = 308{,}5 - 39{,}8 \cdot (0{,}748 + 0{,}5 \cdot 0{,}25) = 273{,}8kN$,

Kotvení tahové síly v mezním stavu únosnosti

V mezním stavu únosnosti je nutno průběh přepínací síly v kotevní oblasti uvažovat dle obr. 8.17[1] a celkovou kotevní délku l_{bpd} uvažovat dle odstavce 8.10.2.3 [1],

$l_{bpd} = l_{pt2} + \alpha_2 \phi(\sigma_{pd} - \sigma_{p\infty}) / f_{bpd} = 975 +$
$+ 0{,}19 \cdot 15{,}2 \cdot (1322 - 1098{,}6) / 2{,}296 = 1256mm.$

$\sigma_{p\infty}$ - napětí po všech ztrátách v průřezu l_{pt2}.



Obr. 3.23 Napětí v kotevní oblasti

Pevnost v soudržnosti

$f_{bpd} = \eta_{p2} \eta_1 f_{ctd} = 1{,}2 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}913 = 2{,}296MPa$

- Součinitel zohledňující druh předpínací výztuže $\eta_{p2} = 1{,}2$ (7 drátová lana).
- $\eta_1 = 1{,}0$ - pro dobré podmínky v soudržnosti
- návrhová hodnota pevnosti betonu v tahu

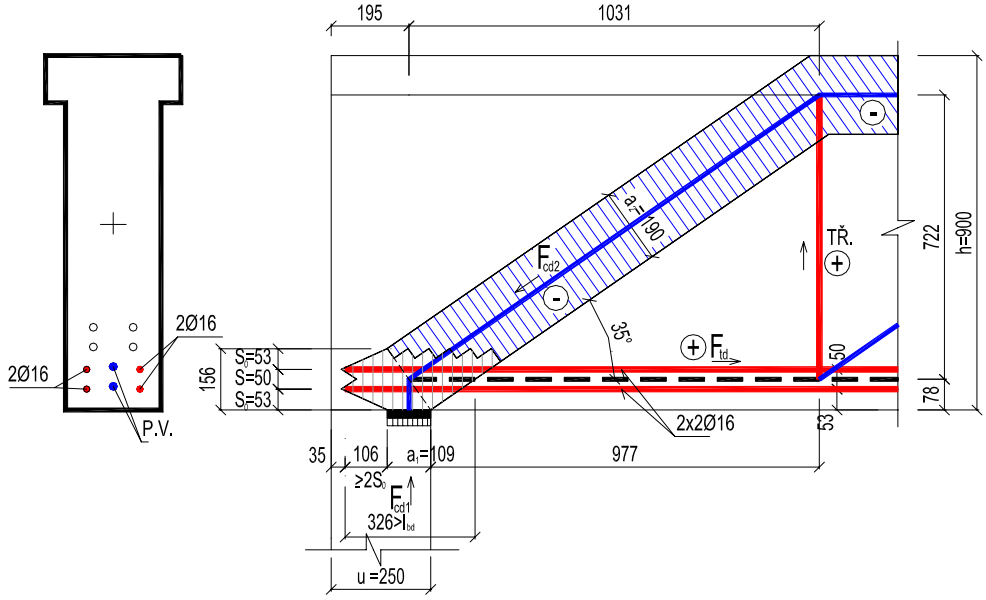
  $f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot 0{,}7 \cdot f_{ctm} / \gamma_c =$
  $= 1{,}0 \cdot 0{,}7 \cdot 4{,}1/1{,}5 = 1{,}913MPa$
- součinitel $\alpha_2 = 0{,}19$ (7 drátová lana).

3.6.1 Posouzení styčníku u podpory

Při návrhu smykové výztuže vyjdeme z analýzy podporové oblasti, vyjádříme si působení sil ve styčníku s tlakovými i tahovými silami a s výztuží v jednom směru ([1] obr. 6.27). Podélná tahová výztuž musí být též schopna ([1] čl.6.2.1 (7)) přenést přídavnou tahovou sílu vyvolanou smykem ([1] 6.2.3(7)).

Poměrně malá hodnota přepínací síly u podpory (nabíhá dle *Obr. 3.23*, přičemž působí pouze 6 neseparovaných lan) a poloha těžiště přepínací výztuže (poměrně vysoko nad bedněním) nás nutí pro kotvení podélné tahové síly ve styčníku využít betonářskou výztuž.

Při jejím návrhu vyjdeme z konstrukčních požadavků (krytí, předpokládaný průměr třmínku $d_{sw} = 10mm$ a dvě řady výztuže vzdálené $s = 50mm$), stanovíme těžiště výztuže $a_{st} = 78mm$, stanovíme hodnotu $s_0 = 53mm$ - vzdálenost těžiště betonářské výztuže od okraje a délku uložení $a_1 = u - c - 2s_0 = 250 - 35 - 2 \cdot 53 = 109mm$, *Obr. 3.24.*



Obr. 3.24 Styčník s tlakovými i tahovými silami a s výztuží v jednom směru

Stanovíme úhel sklonu tlačené diagonály

$$\cot\theta = \frac{a_{st}}{a_1/2} = \frac{78}{109/2} = 1{,}4312 \Rightarrow \theta = 34{,}94°,\ 1 \le \cot\theta \le 2{,}5 \qquad \textit{vyhovuje.}$$

Návrhová hodnoty tlakového napětí na mezi únosnosti styčníku ([1] vztah 6.61) $\sigma_{Rd,max} = 0{,}85 \cdot \nu \cdot f_{cd} = 0{,}85 \cdot 0{,}8 \cdot 33{,}33 = 22{,}6MPa$.

Součinitel $\nu = (1 - \frac{f_{ck}}{250}) = (1 - \frac{50}{250}) = 0{,}80$ ([1] vztah 6.57N).

Napětí v uložení

$$\sigma_{Rd1} = \frac{F_{cd1}}{b_w \cdot a_1} = \frac{308{,}5 \cdot 10^{-3}}{0{,}24 \cdot 0{,}109} = 11{,}8MPa < \sigma_{Rd,max} vyhovuje.$$

Šířka tlačené diagonály $a_2 = a_1 / \sin\theta = 109 / \sin 34{,}94° = 190mm.$

Napětí v tlačené diagonále

Síla v diagonále $F_{cd2} = F_{cd1} / \sin\theta = 308{,}5 / \sin 34{,}94° = 538{,}7kN.$

$$\sigma_{Rd2} = \frac{F_{cd2}}{b_w \cdot a_2} = \frac{538{,}7 \cdot 10^{-3}}{0{,}24 \cdot 0{,}190} = 11{,}8MPa < \sigma_{Rd,max} vyhovuje.$$

Tažený pás

Síla v taženém pásu $F_{td} = F_{cd1} / tg\theta = 308{,}5 / tg 34{,}94° = 441{,}6kN.$

Navrhujeme $4\phi16$. Síla přenášená betonářskou výztuží. $F_{Rds} = A_s \cdot f_{yd} = 804 \cdot 10^{-6} \cdot 435 \cdot 10^3 = 349{,}8kN < F_{td}.$

Navržená betonářská výztuž nevyhovuje, k únosnosti připočteme i sílu přenášenou dolními dvěmi přepínacími lany (jsou cca ve stejné úrovni jako betonářská výztuž). Síla přenášená lany v místě uložení

$$F_{Rdp} = A_p \cdot \sigma_{p\infty} \frac{x}{l_{pt2}} = 2 \cdot 0{,}00014 \cdot 1098{,}6 \cdot 10^3 \frac{326 + 35}{975} = 113{,}9kN.$$

Celková únosnost podélného taženého pásu

$F_{Rd} = 349{,}8 + 113{,}9 = 463{,}7kN > F_{td} vyhovuje.$

Betonářskou výztuž je nutné řádně zakotvit, například přivařením k příčné výztuži, ke kotevní desce nebo provedením kotvení ve tvaru smyčky (vodorovné U). Pevnost v soudržnosti betonářské výztuže ([1] vztah 8.2)

$$f_{bd} = 2{,}25 \cdot \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 2{,}25 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}913 = 4{,}30MPa.$$

Základní kotevní délka $l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} = \frac{16}{4} \frac{435}{4{,}3} = 405mm.$

Návrhová kotevní délka s využitím příčně přivařené výztuže

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}7 \cdot 1{,}0 \cdot 405 = 284mm < 326mm.$$

Smyková výztuž

Navrženy třmínky $d_{sw} = 10mm$, plocha třmínků $A_{sw} = 0{,}000157m^2$, návrhová pevnost smykové výztuže $f_{ywd} = 435MPa$,

$$A_{sw} f_{ywd} = 2 \cdot 78{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 435 \cdot 10^3 = 68{,}3kN.$$

Počet třmínků u podpory (na straně bezpečné navrhujeme na F_{cd1})

$F_{cd1} / 68{,}3 = 308{,}5 / 68{,}3 = 4{,}52ks$ na délku 0,977 m

$\Rightarrow 4{,}7ks/m \Rightarrow \phi10$ po $s_s = 200$ mm.

3.6.2 Posouzení ve vzdálenosti d od líce podpory

Návrhová hodnota únosnosti ve smyku (čl.6.2.2 [1])

$$V_{Rd,c} = V_{Rd,cm} + V_{Rd,cn} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3}\right] b_w d + k_1 \sigma_{cp} b_w d$$

$$s\ omezením \geq v_{min} b_w d + k_1 \sigma_{cp} b_w d$$

Součinitel $C_{Rd,c} = 0{,}18 / \gamma_c = 0{,}18 / 1{,}5 = 0{,}12$

Součinitel výšky $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{748}} = \underline{1{,}517} < 2$

Stupeň vyztužení $\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} < 0{,}02$, kde A_{sl} je plocha tahové výztuže, která zasahuje do vzdálenosti $\geq (l_{bd} + d)$ za posuzovaný průřez směrem k podpoře. V našem případě $A_{sl} = 0 \Rightarrow \rho_l = 0 \Rightarrow V_{Rd,cm} = 0$.

$$v_{min} = 0{,}035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = 0{,}035 \cdot 1{,}517^{3/2} 50^{1/2} = 0{,}462 MPa,$$

$$V_{Rd,cm} = v_{min} b_w d = 0{,}462 \cdot 0{,}24 \cdot 0{,}748 = 0{,}0829 MN$$

Vliv normálové síly $V_{Rd,cn}$

Normálová síla u podpory (pro 6 lan) ve vzdálenosti *d* od líce podpory (napětí ve výztuži je na stranu bezpečnou uvažováno v průřezu $l_{pt2} \approx d + u$).

$$N_{Ed} = A_p \cdot \sigma_{p\infty} = 6 \cdot 0{,}00014 \cdot 1098{,}6 \cdot 10^3 = 922{,}8 kN$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0{,}2 \cdot f_{cd} = \frac{0{,}9228}{0{,}228} = \underline{4{,}05} MPa < 0{,}2 \cdot 33{,}33 = 6{,}67 MPa$$

Součinitel $k_1 = 0{,}15$

$$V_{Rd,cn} = k_1 \sigma_{cp} b_w d = 0{,}15 \cdot 4{,}05 \cdot 0{,}24 \cdot 0{,}748 = 0{,}109 MN$$

$$V_{Rd,c} = V_{Rd,cm} + V_{Rd,cn} = 0{,}0829 + 0{,}109 = 0{,}192 MN < V_{Ed1} = 0{,}2738 MN \Rightarrow$$

nutno navrhnout smykovou výztuž

Návrhová hodnota únosnosti smykové výztuže (čl.6.2.3 [1]):

Úhel tlačené diagonály $\Theta = 34{,}94°$ (viz předchozí kapitola, tak aby síly ve styčníku byly vzájemně odpovídající). Platí $1 \leq \cot\Theta \leq 2{,}5$.

Rameno vnitřních sil $z = 0{,}9 \cdot d = 0{,}9 \cdot 0{,}748 = 0{,}673 m$.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\Theta = \frac{0{,}000157}{0{,}20} \cdot 0{,}673 \cdot 435 \cdot 1{,}431 = 0{,}329 MN.$$

$$V_{Rd,s} > V_{Ed1} = 0{,}2738 MN \Rightarrow vyhovuje.$$

Stupeň vyztužení smykovou výztuží (čl.9.2.2 [1])

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin\alpha} = \frac{0{,}000157}{0{,}2 \cdot 0{,}24 \cdot \sin 90°} = 0{,}00327.$$

$$\rho_{w,min} = \frac{0{,}08\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = \frac{0{,}08\sqrt{50}}{500} = 0{,}00113 < \rho_w \text{ vyhovuje}$$

Kontrola návrhové hodnoty únosnosti tlačené diagonály (čl.6.2.3 [1]):

Posouvající síla ve vzdálenosti *d* od líce podpory V_{Ed1} = 0,2738 MN, viz výše.

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} / (\cot\Theta + \tan\Theta) =$$
$$1{,}12 \cdot 0{,}24 \cdot 0{,}673 \cdot 0{,}48 \cdot 33{,}33 / (\cot 34{,}94° + \tan 34{,}94°) = 1{,}36\,MN > V_{Ed1}$$

Pro hodnotu napětí σ_{cp} v intervalu

$0 < \sigma_{cp} \le 0{,}25\, f_{cd} \qquad 0 < 4{,}05 \le 0{,}25 \cdot 33{,}33 = 8{,}33MPa$ platí:

$$\alpha_{cw} = 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} = 1 + \frac{4{,}05}{33{,}33} = 1{,}12$$

Redukční součinitel pevnosti betonu při porušení smykem

$$\nu_1 . = 0{,}6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] = 0{,}6 \cdot \left[1 - \frac{50}{250}\right] = 0{,}48$$

Posouzení tlačené diagonály v podpoře (čl.6.2.1 (8) [1]):

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} / (\cot\Theta + \tan\Theta) =$$
$$1{,}0 \cdot 0{,}24 \cdot 0{,}673 \cdot 0{,}48 \cdot 33{,}33 / (\cot 34{,}94° + \tan 34{,}94°) = \underline{1{,}21}MN >$$
$$> V_{Ed} = 0{,}3805MN$$

$$N_{Ed}(u/2) = 6 \cdot 0{,}00014 \cdot 1098{,}6 \cdot \frac{0{,}125}{0{,}975} = 0{,}118MN$$

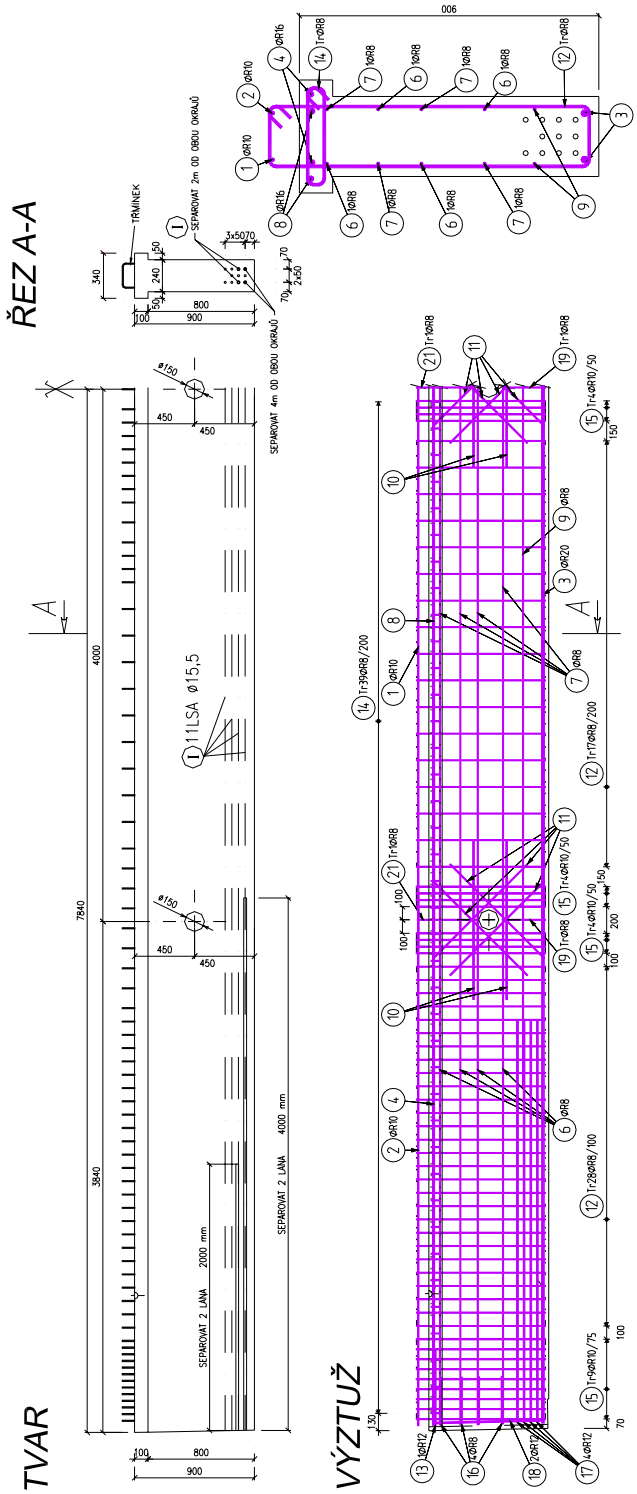
$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}(u/2)}{A_c} = \frac{0{,}118}{0{,}228} = 0{,}52MPa \text{ v intervalu}$$

$0 < \sigma_{cp} \le 0{,}25\, f_{cd} \qquad 0 < 0{,}52 \le 0{,}25 \cdot 33{,}33 = 8{,}33MPa$ platí:

$$\alpha_{cw} = 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} = 1 + \frac{0{,}52}{33{,}33} = 1{,}02 \approx 1{,}0$$

3.7 Příklad vyztužení předem předpjatých vaznic

Na Obr. 3.25 je uveden příklad tvaru a vyztužení předem předpjaté vaznice. Na rozdíl od příkladu uvažovaného předchozích kapitolách je vaznice spřažená s monolitickou dobetonávkou,viz rovněž Obr. 3.26.



Obr. 3.25 Příklad vyztužení vaznice

Obr. 3.26 Příklad vaznice spřažené s monolitickou deskou

4 Závěr

4.1 Shrnutí

Věříme, že tento průvodce studiem Vám napomohl ke snazší orientaci v problematice předpjatých betonových konstrukcí. Vzhledem k omezenému rozsahu tohoto textu nebylo možné uvádět postupy a číselná řešení příkladů ke všem částem probírané látky. Z důvodů pedagogických byly některé jevy popsány záměrně s využitím určitých zjednodušujících předpokladů, které umožnily soustředit se v popisu na vysvětlovaný jev a tím snad napomohly k snazšímu pochopení problému. Předpokládáme, že zásady návrhu, statické analýzy a dimenzování nosných prvků byly alespoň částečně osvětleny na řešeném příkladu v kapitole 3.

4.2 Studijní prameny

4.2.1 Seznam použité literatury

[1] ČSN EN 1992-1-1 *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla pro pozemní stavby*, Český normalizační institut, 2005.

[2] EN 1991-1-1 *Action on structures – General actions – Densities, self-weight, imposed loads for buildings,* European Committee for Standardization, April 2002

[3] prEN 10138 *Prestressing steels,* European Committee for Standardization, April 2002

[4] ČSN EN 1990 *Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí,* Český normalizační institut, 2004.

[5] ČSN 73 1201 *Navrhování betonových konstrukcí,* Vydavatelství ÚNM Praha, 1987.

[6] ČSN 73 6207 *Navrhování mostních konstrukcí z předpjatého betonu*, Český normalizační institut, 1993.

[7] COLLINS, M. P., and MITCHELL, D. *Prestressed Concrete Structures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1991.

[8] LIN, T. Y., and BURNS, N. H. *Design of Prestressed Concrete Structures*, Third Edition, John Wiley & Sons, New York, 1982.

[9] MENN, C. *Prestressed Concrete Bridges*, Birkhäuser Verlag, Basel, 1990.

[10] NEVILLE, A. M. *Properties of Concrete*, Fourth Edition, Longman Group, England, 1995.

[11] NILSON, A. H., and WINTER, G. *Design of Concrete Structures*, Eleventh Edition, McGraw-Hill, Singapore, 1991.

4.2.2 Seznam doplňkové studijní literatury

[12] NAVRÁTIL, J., *Předpjaté betonové konstrukce*, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2004.

[13] NAVRÁTIL, J., *Prestressed concrete structures*, Akademické nakladatelství CERM, 2006.

4.2.3 Odkazy na další studijní zdroje a prameny

[14] SCIA ESA PT, *Manual for Construction Stages, Prestressing Tendons and TDA* in the Software System for Analysis, Design and Drawings of Steel, Concrete, Timber and Plastic Structures SCIA ESA PT (integrated into the SCIA ESA PT Reference Guide), SCIA Group nv, www.scia-online.com

4.3 Označení některých veličin

Seznam použitých symbolů není úplný, některé veličiny či symboly jsou vysvětleny přímo v textu.

4.3.1 Latinská písmena

M	ohybový moment
M_E	ohybový moment způsobený vnějším zatížením
M_g	ohybový moment způsobený stálým zatížením
M_{g0}	ohybový moment způsobený vlastní tíhou
M_p	ohybový moment (celkový) způsobený předpínací silou (jednotlivá stádia působení odlišena indexy stejně jako v případě napětí v předpínací výztuži σ_p)
M_{pp}	staticky určitý (primární) ohybový moment od předpětí
M_{ps}	staticky neurčitý (sekundární, doplňkový) ohybový moment od předpětí
M_q	ohybový moment způsobený proměnným (nahodilým) zatížením
M_R	moment na mezi únosnosti *(R … Resistance, odpor)*
N	normálová síla (význam dolních indexů stejný jako v případě ohybových momentů M)
P	předpínací síla (jednotlivá stádia působení odlišena indexy stejně jako v případě napětí v předpínací výztuži σ_p)

V posouvající síla (význam dolních indexů stejný jako v případě ohybových momentů M)

4.3.2 Řecká písmena

$\Delta\sigma_p$ ztráta (změna) napětí v předpínací výztuži

$\Delta\sigma_{pA}$ ztráta (změna) přetvořením opěrného zařízení *(A … Abutment, opěra)*

$\Delta\sigma_{pc}$ ztráta (změna) předpětí od dotvarování betonu *(c … creep, dotvarování)*

$\Delta\sigma_{pe}$ ztráta (změna) předpětí způsobená okamžitým pružným přetvořením betonu *(e … elastic, pružný)*

$\Delta\sigma_{pep}$ ztráta předpětí způsobená okamžitým pružným přetvořením betonu při předpínání (včetně ztráty postupným předpínáním) *(ep … elastic-prestressing, pružný- při předpínání)*

$\Delta\sigma_{peg}$ ztráta (změna) předpětí způsobená okamžitým pružným přetvořením betonu od stálého zatížení *(eg … elastic- permanent load, pružný- od stálého zatížení)*

$\Delta\sigma_{peq}$ ztráta (změna) předpětí způsobená okamžitým pružným přetvořením betonu od proměnného zatížení *(eq … elastic- variable load, pružný- od proměnného zatížení)*

$\Delta\sigma_{pr}$ ztráta předpětí od relaxace předpínací výztuže

$\Delta\sigma_{pr}^{cor}$ redukce ztráty předpětí od relaxace předpínací výztuže podržením napětí při předpínání *(r … relaxation, relaxace; cor … correction, korekce relaxace)*

$\Delta\sigma_{ps}$ ztráta (změna) předpětí od smršťování betonu *(s … shrinkage, smršťování)*

$\Delta\sigma_{pT}$ ztráta způsobená rozdílem teplot mezi předpínací výztuží a předpínací dráhou *(T … Temperature, teplota)*

$\Delta\sigma_{pw}$ ztráta předpětí pokluzem v kotvě *(w … wedge, kotevní kuželík)*

$\Delta\sigma_{p\mu}$ ztráta předpětí třením *(μ … součinitel tření)*

σ_p napětí v předpínací výztuži

σ_p^0 základní napětí v předpínací výztuži, tj. napětí v předpínací výztuži, při kterém je v přilehlých vláknech betonu nulové napětí (jednotlivá stádia působení odlišena indexy stejně jako v případě napětí v předpínací výztuži σ_p)

σ_{p0} napětí v předpínací výztuži vyvozené předpínací pistolí při předpínání *(0 … nula-počáteční stav)*

σ_{pa} napětí v předpínací výztuži ihned po zakotvení v případě dodatečně předpjatého betonu, resp. po vnesení předpětí do betonu v případě

předem předpjatého betonu *(a … after anchoring/transfer, po zakotvení/vnesení předpětí)*

σ_{pg0} napětí v předpínací výztuži po vnesení vlastní tíhy a předpětí

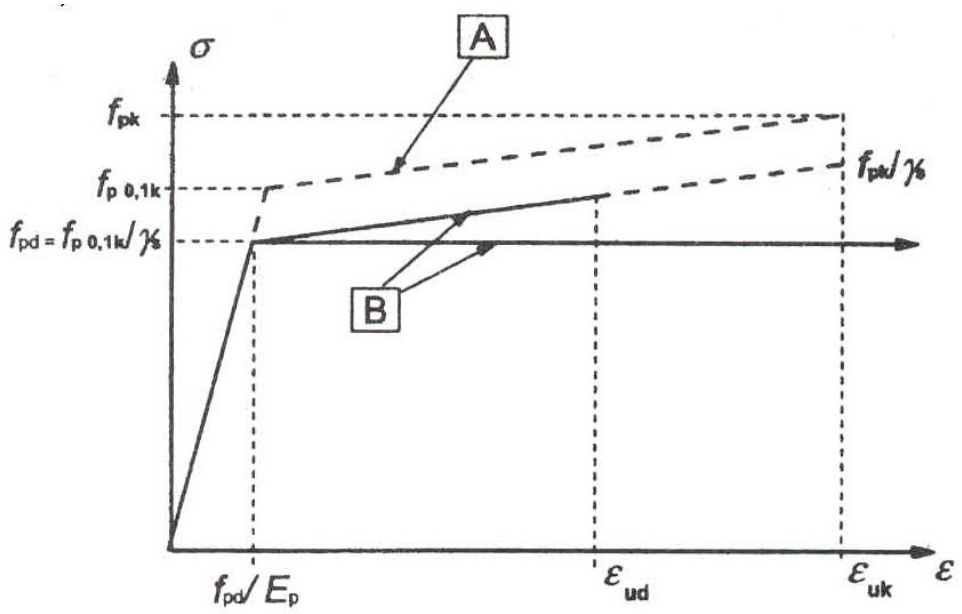
σ_{pg} napětí v předpínací výztuži po vnesení všech stálých zatížení včetně předpětí

σ_{pq} napětí v předpínací výztuži od všech stálých zatížení včetně předpětí v okamžiku vnesení proměnného (nahodilého) zatížení

$\sigma_{p\infty}$ napětí v předpínací výztuži od všech stálých zatížení včetně předpětí v čase blížícímu se nekonečnu

5 Přílohy

5.1 Pracovní diagram předpínací výztuže



Obr. 5.1 Pracovní diagramy předpínací výztuže dle [1]

5.2 Typy předpínacích lan

Y … předpínací ocel

1770 … charakteristická hodnota pevnosti v tahu předpínací výztuže

S … lano (strand), 7 … počet drátů tvořících lano (3 nebo 7)

G … jen v případě stabilizovaných lan nazývaných též lana s nízkou relaxací (strain-tempered strand, low relaxation strand nebo compacted strand)

16,0 … jmenovitý průměr (mm)

A … třída (A or B)

Příklad označení: Y1770S7G-16,0-A

Norma prEN 10138 specifikuje typy lan, a to vždy hladké (plain) nebo s vtisky (indented), kromě stabilizovaných lan, která jsou vždy hladká.

Modul pružnosti E_p = 195 GPa.

Celkové protažení při maximální síle A_{gt} = 3,5 % platí pro všechna lana.

Maximální rozkmit napětí pro posouzení na únavu:

F_r = 190 MPa pro hladké dráty

F_r = 170 MPa pro dráty s vtisky

Třídy relaxace = třída 2 pro všechna lana.

Table 2 — Dimensions and properties of strands

Class	Steel designation		Nominal [a]				Specified			
	Steel name	Steel Number	Diameter d Mm	Tensile strength R_m [b] [1] MPa	Cross-sectional area [c] S_n mm²	Mass [c] M g/m	Permitted deviation on on nominal mass %	Characteristic value of maximum force F_m kN	Maximum value of maximum force $F_{m,max}$ kN	Characteristic value of 0,1 % proof force [d] $F_{p0,1}$ kN
A	Y1960S3	1.1361	5.2	1960	13.6	106	± 2	26.7	30.5	22.9
	Y1860S3	1.1360	6.5	1860	21.1	165	± 2	39.2	44.9	33.8
			6.8		23.4	183		43.5	49.8	37.4
			7.5		29.0	226		54.0	61.7	46.4
	Y1860S7	1.1366	7.0	1860	30	234	± 2	56	65	48
			9.0		50	390		93	106	80
			11.0		75	586		140	160	120
			12.5		93	726		173	198	149
			13.0		100	781		186	213	160
			15.2		140	1095		260	298	224
			16.0		150	1170		279	319	240
	Y1770S7	1.1365	15.2	1770	140	1095	± 2	248	282	213
			16.0		150	1170		265	302	228
			18.0		200	1560		354	403	304
	Y1860S7G	1.1372	12.7	1860	112	875	± 2	209	238	180
	Y1820S7G	1.1371	15.2	1820	165	1290	± 2	300	342	258
	Y1700S7G	1.1370	18.0	1700	223	1740	± 2	380	436	327
B	Y2160S3 [e]	1.1362	5.2	2160	13.6	106	± 2	29.4	33.7	26.2
	Y2060S3 [e]	1.1361	5.2	2060	13.6	106	± 2	28.0	32.1	24.1
	Y1960S3 [e]		6.5	1960	21.1	165	± 2	41.4	47.3	35.6
	Y2160S7 [e]	1.1368	6.85	2160	28.2	220	± 2	60.9	69.7	52.4
	Y2060S7 [e]		7.0	2060	30	234	± 2	62.0	71.0	53.0
	Y1960S7	1.1367	9.0	1960	50	390	± 2	98	112	84

[a] The nominal modulus of elasticity may be taken to be 195 GPa (kN/mm²).

[b] The nominal tensile strength is calculated from the nominal cross sectional area and the specified characteristic maximum force, rounded to the nearest 10 MPa.

[c] The cross-sectional area is calculated from the nominal mass and a density of 7,81 kg/dm³.

[d] The specified characteristic 0,1 % proof force is approximately 86 % of the specified characteristic maximum force.

[e] 3-wire strand and the 7-wire strand of diameter 6,85 mm and 7,0 mm are normally only used for prestressing with direct bond.

[1] 1 MPa = 1 N/mm².

Obr. 5.2 Předpínací lana -[3]