

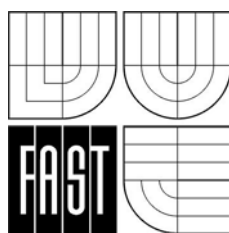
VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STAVEBNÍ

JAN JANDORA

VODOHOSPODÁŘSKÉ STAVBY

MODUL 01

ZÁKLADY HYDRAULIKY



STUDIJNÍ OPORY
PRO STUDIJNÍ PROGRAMY S KOMBINOVANOU FORMOU STUDIA

OBSAH

1 Úvod	5
1.1 Cíle.....	5
1.2 Požadované znalosti.....	5
1.3 Doba potřebná ke studiu.....	5
1.4 Klíčová slova.....	5
2 Fyzikální vlastnosti kapalin	6
2.1 Hustota a měrná tíha kapaliny.....	6
2.2 Viskozita kapalin.....	6
2.3 Stlačitelnost kapalin.....	7
2.4 Ideální kapalina.....	7
3 Hydrostatika	9
3.1 Tlak v kapalině za klidu.....	9
3.2 Rovňové a hladinové plochy, spojité nádoby a Pascalův teorém.....	10
3.3 Tlaková síla kapaliny na vodorovné plochy.....	11
3.4 Tlaková síla kapaliny na rovinné plochy.....	12
3.5 Plování těles.....	15
4 Hydrodynamika	18
4.1 Rovnice kontinuity v 1D.....	20
4.2 Bernoulliho rovnice.....	21
5 Ustálený výtok kapaliny otvorem z nádob	24
5.1 Volný výtok malým otvorem ve dně.....	25
5.2 Součinitelé výtoku, zúžení, výtokové rychlosti a ztrát.....	26
5.3 Volný výtok otvorem ve svislé stěně.....	26
5.4 Volný výtok hydraulicky malým otvorem ve svislé stěně.....	27
5.5 Výtok ponořeným otvorem ve svislé stěně.....	27
6 Přepady	28
6.1 Ostrohranné přelivy.....	29
6.2 Jezové přelivy.....	32
6.3 Přepad přes širokou korunu bez bočního zúžení.....	35
7 Ustálené tlakové proudění vody v potrubí	38
7.1 Hydraulické odpory.....	38
7.2 Laminární a turbulentní proudění.....	39
7.3 Ztráty třením.....	40
7.4 Místní ztráty.....	44
7.5 Hydraulicky krátká potrubí.....	46
7.6 Hydraulicky dlouhé potrubí a potrubí s odběrem po délce.....	47
8 Rovnoměrné proudění vody v otevřených korytech	49
8.1 Výpočet průřezové rychlosti.....	50
8.2 Hydraulický výpočet rovnoměrného proudění v otevřených korytech.....	51
8.3 Profily o různých drsnostech jednotlivých částí.....	52
8.4 Složené profily.....	53
8.5 Uzavřené profily s volnou hladinou.....	53
8.6 Proudění kritické, říční a bystřinné.....	54

9 Proudění podzemní vody	57
9.1 Darcyho vztah	58
9.2 Jímání podzemní vody	59
9.3 Úplná studna s volnou hladinou	60
9.4 Úplná tlaková studna	61
9.5 Sběrná štola	61
9.6 Soustava studní	62
10 Závěr	64
10.1 Shrnutí	64
11 Studijní prameny	64
11.1 Seznam použité literatury	64
11.2 Seznam doplňkové studijní literatury	64
12 Autotest	64
13 Klíč	64

1 Úvod

1.1 Cíle

Studijní text „Základy hydrauliky“ pro „Vodohospodářské stavby“, který máte před sebou, je studijní oporou předmětu Vodohospodářské stavby v kombinovaném studiu bakalářského studijního programu Inženýrské stavitelství na Fakultě stavební Vysokého učení technického v Brně. Snahou autora bylo, aby obsah textu byl srozumitelný a zároveň stručný. Teoretické odvození nalezne čtenář v studijních pramenech (Kap. 11).



Hromadný výskyt vody na Zemi a její nezastupitelnost pro veškerý život a činnost člověka, byl příčinou toho, že se postupně vyvinula řada vědních oborů zabývajících se výskytem vody, jejím oběhem, mechanickými vlastnostmi, vodní biologií, chemií, atd. V dalším se budeme zabývat jednou z nich, a to hydraulikou, která tvoří společně s hydrologií teoretické základy vodního stavitelství.

Hydraulika by se podle svého názvu (hydor = voda, aulos = potrubí, žlab) měla zabývat pouze pohybem vody v potrubí nebo ve žlabu. Ve skutečnosti je její náplň mnohem širší. **Hydraulika je věda o zákonitostech rovnováhy a pohybu tekutin a vzájemném působení tekutin a tuhých těles.** Její fyzikálně matematický základ tvoří hydromechanika, která je částí klasické teoretické mechaniky. Pro úlohy technické praxe, pro které nemá hydromechanika teoretického řešení, používá hydraulika vztahů empirických, odvozených z pozorování a měření v přírodě in situ nebo na modelech.

1.2 Požadované znalosti

Mezi požadované znalosti patří zejména základy fyziky a matematiky.



1.3 Doba potřebná ke studiu

Doba potřebná ke studiu této základní části hydrauliky je cca 8 hodin a dalších cca 6 hodin na propočítání příkladů.



1.4 Klíčová slova

hydraulika, hydrostatika, Bernoulliova rovnice, proudění vody v potrubí, ztráty v potrubí, proudění vody v kanálech s volnou hladinou, přelivy, proudění podzemní vody.



2 Fyzikální vlastnosti kapalin

2.1 Hustota a měrná tíha kapaliny



Hustota kapaliny ρ (měrná hmotnost) je hmotnost kapaliny vztažená na jednotku objemu.



Kapaliny jsou málo stlačitelné a jejich hustota se mění nepatrně s tlakem. Teplem se kapaliny roztahují, přičemž se jejich hustota zmenšuje se stoupající teplotou. Výjimku tvoří pouze voda, která se od 0°C do 4°C smršťuje a dalším vzrůstem teploty se roztahuje (anomálie vody). Tyto změny platí při konstantním tlaku. Změna hustoty vlivem změny vnějšího tlaku se projevuje stlačitelností (Kap. 2.3). Vliv teploty na hustotu vody při tlaku 10^5 Pa ukazuje Tab. 2.1. **Pro praktické výpočty ve stavební praxi obvykle uvažujeme $\rho = 1\,000$ kg/m³.**

Tab. 2.1 Hustota a kinematická viskozita vody v závislosti na teplotě při tlaku $1,01 \cdot 10^5$ Pa

T [°C]	ρ [kg/m ³]	ν [m ² /s]	T [°C]	ρ [kg/m ³]	ν [m ² /s]
0	999,84	$1,7938 \cdot 10^{-6}$	50	988,24	$0,515 \cdot 10^{-6}$
4	999,97	$1,5671 \cdot 10^{-6}$	60	983,38	$0,478 \cdot 10^{-6}$
10	999,70	$1,3101 \cdot 10^{-6}$	70	977,99	$0,415 \cdot 10^{-6}$
20	998,20	$1,0105 \cdot 10^{-6}$	80	972,01	$0,367 \cdot 10^{-6}$
30	995,65	$0,804 \cdot 10^{-6}$	90	965,30	$0,327 \cdot 10^{-6}$
40	992,36	$0,661 \cdot 10^{-6}$	100	959,69	$0,294 \cdot 10^{-6}$



Měrná tíha kapaliny γ je tíha kapaliny vztažená na jednotku objemu:

$$\gamma = \rho g, \quad (2.1)$$

kde g je tíhové zrychlení ($g = 9,806\,65$ m/s² \approx 9,81 m/s²).

2.2 Viskozita kapalin



V reálných kapalinách vznikají při vzájemném pohybu částic důsledkem vnitřního tření (viskozity) smyková (tangenciální) napětí τ . Newton zjistil, že vnitřní tření v kapalinách:

- nezávisí na tlaku v kapalině,
- závisí na druhu kapaliny,
- závisí na gradientu rychlosti čili na rychlostním spádu mezi dvěma vrstvami kapaliny (je-li rychlost dvou sousedních částic kapaliny stejná, nepůsobí mezi nimi tření).

Jsou-li dvě sousední vrstvičky vzdálené od sebe o dy a pohybuje-li se jedna vrstvička rychlostí u a druhá rychlostí $u + du$, lze podle Newtona smykové napětí vyjádřit vztahem:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dy}, \quad (2.2)$$

kde μ je součinitel dynamické viskozity (charakterizuje viskozitu kapaliny) a $\frac{du}{dy}$ gradient rychlosti. **Kapaliny, u kterých můžeme smykové napětí τ vyjádřit podle (2.2), nazýváme newtonovské kapaliny** (kapaliny, pro něž platí přímá úměrnost mezi smykovým napětím a gradientem rychlosti).



V hydraulice často používáme pro charakteristiku viskozity kapaliny součinitel kinematické viskozity ν , který je definován jako podíl dynamické viskozity a hustoty kapaliny:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (2.3)$$

Kinematická viskozita ν závisí na druhu kapaliny a na její teplotě. Vliv tlaku se projeví jen při jeho velkých hodnotách. V Tab. 2.1 jsou uvedeny hodnoty kinematické viskozity vody v závislosti na její teplotě.

2.3 Stlačitelnost kapalin

Stlačitelností rozumíme vlastnost kapaliny změnit svůj objem při změně tlaku. Stlačitelnost je charakterizována objemovou stlačitelností χ , která vyjadřuje o kolik se zmenší jednotka objemu kapaliny při zvětšení tlaku o $\Delta p = 1$ Pa při $T = \text{konst.}$



$$\chi = \frac{1}{V} \frac{dV}{dp}, \quad K = \frac{1}{\chi}. \quad (2.4)$$

Převrácená hodnota stlačitelnosti definuje modul objemové pružnosti (stlačitelnosti) K . Hodnota K pro vodu je ovlivněna množstvím pohlčených plynů a rozpuštěných solí ve vodě. Uvážíme-li, že modul pružnosti v tlaku je u oceli přibližně 210 GPa, tedy oproti vodě při běžných podmínkách ($K = 2,03$ GPa) přibližně stonásobný, je zřejmé, že pojem nestlačitelnosti vody je opodstatněný ve srovnání s plyny a nikoliv s pevnými látkami. Přesto ve většině hydraulických úloh předpokládáme, že voda je prakticky nestlačitelná. Objem kapaliny V po stlačení přírůstkem tlaku Δp je:

$$V = V_0 \left(1 + \frac{\Delta p}{K} \right). \quad (2.5)$$

kde V_0 je původní objem.

2.4 Ideální kapalina

Při odvození některých hydraulických jevů vycházíme ze zjednodušení, kdy zanedbáváme některé fyzikální vlastnosti kapalin. Proto často při matematické analýze pohybu kapalin vycházíme z pojmu ideální kapalina. Ideální kapalina je:



- * nestlačitelná;
- * objemově stálá při změnách teploty;
- * neviskózní, takže v ní nepůsobí smyková napětí.

**Př. 2.1**

Barel o objemu $V = 500$ l, naplněný vodou, byl uzavřen při teplotě $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Jaký tlak nastane v barelu, pokud se voda v něm ohřeje na teplotu $t_2 = 90^\circ\text{C}$ za předpokladu, že nedojde k odčerpávání vody (barel je neprodyšně uzavřen).

$$V_{20^\circ\text{C}} = 0,5 \text{ m}^3;$$

$$\rho_{20^\circ\text{C}} = \frac{m}{V_{20^\circ\text{C}}} \Rightarrow$$

$$m = \rho_{20^\circ\text{C}} V_{20^\circ\text{C}} = (998,20 \cdot 0,5) \text{ kg};$$

$$m = 499,10 \text{ kg}.$$

$$\rho_{20^\circ\text{C}} = 998,20 \text{ kg/m}^3 \text{ (Tab. 2.1);}$$

$$\rho_{80^\circ\text{C}} = 972,01 \text{ kg/m}^3 \text{ (Tab. 2.1);}$$

$$K_{20^\circ\text{C}} = 2,03 \text{ GPa (Odst. 2.3);}$$

$$V_{80^\circ\text{C}} = \frac{m}{\rho_{80^\circ\text{C}}} = \frac{499,10}{972,01} \text{ m}^3;$$

$$\Delta p = ? \text{ Pa}.$$

$$V_{80^\circ\text{C}} = 0,5135 \text{ m}^3;$$

$$\Delta V = V_{80^\circ\text{C}} - V_{20^\circ\text{C}} = 0,0135 \text{ m}^3.$$

Řešení:

Podle rovnice (2.5) platí:

$$V_{100^\circ\text{C}} = V_{20^\circ\text{C}} \left(1 + \frac{\Delta p}{K_{20^\circ\text{C}}} \right) \Rightarrow \Delta V = \left(1 + \frac{\Delta p}{K_{20^\circ\text{C}}} \right);$$

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{V_{20^\circ\text{C}}} K_{20^\circ\text{C}} = \frac{0,0135}{0,5} 2,03 \cdot 10^9 \text{ Pa};$$

$$\Delta p = 54,81 \text{ MPa}.$$

V barelu po ohřátí vody bude tlak o 54,81 MPa větší.

Př. 2.2

Při zkoušce tlakového potrubí o délce $L = 500$ m a průměru $D = 1,0$ m klesl po 12 hodinách tlak v potrubí z 5,5 MPa na 5,0 MPa. Zjistěte kolik vody uniklo z potrubí.

$$L = 500 \text{ m};$$

$$V_0 = \frac{\pi D^2}{4} L = \frac{\pi}{4} 500 \text{ m}^3;$$

$$D = 1,0 \text{ m};$$

$$V_0 = 392,699 \text{ m}^3.$$

$$\Delta p = -0,5 \text{ MPa};$$

$$K_{20^\circ\text{C}} = 2,03 \text{ GPa (Odst. 2.3)}.$$

Řešení:

Podle rovnice (2.5) platí:

$$V = V_0 \left(1 + \frac{\Delta p}{K_{20^\circ\text{C}}} \right) = 392,699 \left(1 + \frac{-0,5 \cdot 10^6}{2,03 \cdot 10^9} \right) \text{ m}^3;$$

$$V = 392,602 \text{ m}^3;$$

$$\Delta V = V_0 - V = 392,699 - 392,602 \text{ m}^3 = 0,097 \text{ m}^3.$$

Z potrubí vyteklo 97 l vody.

**Kontrolní otázka**

Jmenujte základní fyzikální vlastnosti kapalin.

3 Hydrostatika

Hydraulika je oddíl technické mechaniky, která studuje zákony klidu a pohybu kapalin. Dělí se na dvě základní části:

- ✦ *hydrostatiku*, která se zabývá kapalinami, které se nepohybují (jsou v klidu) a jejich účinkem na tuhá tělesa;
- ✦ *hydrodynamiku*, která se zabývá pohybem kapalin a jejich působením na tuhá tělesa při jejich vzájemném relativním pohybu.



3.1 Tlak v kapalině za klidu

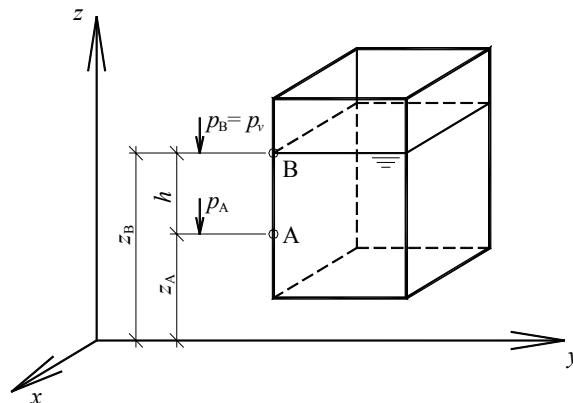
V kapalině v klidu uvažujme libovolnou plochu A . Kapalina působí na každý element této plochy dA silou dF . **Tyto elementární tlaky jsou kolmé na příslušné plošné elementy**, a to protože v kapalině v klidu nepůsobí smykové napětí (viz Odst. 2.2, při $u = 0$ m/s). Tlak v daném bodě kapaliny za klidu je dán poměrem normálové síly F a elementární plochy A :

$$p = \frac{dF}{dA}. \quad (3.1)$$

Průměrný tlak je definován:

$$p = \frac{F}{A}. \quad (3.2)$$

Z rovnováhy sil působících na vymezený čtyřstěn lze odvodit, že v určitém bodě kapaliny, která je v klidu, je tlak ve všech směrech stejný.



Obr. 3.1 Tlak v kapalině na níž působí jen tíže

Z Eulerovy diferenciální rovnice rovnováhy v kapalině g . Tlak v bodě A (Obr. 3.1) je dán rovnicí:

$$p_A = \rho g h + p_B \quad (3.3)$$

kde $h = z_B - z_A$ a $p_v = p_B$ je vnější tlak působící na povrch kapaliny. Pro celkový statický tlak p_s v kapalině, která je v klidu platí:

$$p_s = p_h + p_v, \quad \text{kde} \quad p_h = \rho g h. \quad (3.4)$$





Rovnice (3.4) vyjadřuje hydrostatické rozložení tlaku v kapalině. Statický tlak p_s v libovolném bodě kapaliny, který působí vlastní tíha, se rovná hydrostatickému tlaku p_h zvětšenému o vnější tlak na povrch kapaliny p_v . Vnější tlak se přenáší do všech bodů kapaliny nezměněnou hodnotou. Naproti tomu hydrostatický tlak p_h roste úměrně s hloubkou h . Je-li $\rho = \text{konst.}$, pak hydrostatický tlak roste s hloubkou podle lineární závislosti. Vnější tlak je ve většině případů tlak atmosférický p_a . Je to tlak plynného obalu Země, který nemá stálou hodnotu a uvádí se průměrnou hodnotou $p_a = 101,325 \text{ kPa}$.

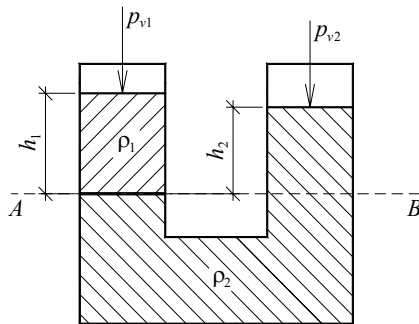
3.2 Rovňové a hladinové plochy, spojitě nádoby a Pascalův teorém



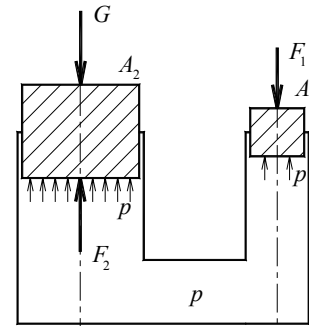
Rovňové plochy jsou plochy, na kterých je statický tlak konstantní. Rovňová plocha musí být kolmá ke směru výsledného zrychlení. Hladinová plocha je rovňová plocha tvořící povrch kapaliny. Na Zemi mají hladinové plochy přibližně kulový tvar (např. hladiny moří). Ve většině úvah však můžeme malou část takové plochy v okolí určitého bodu nahradit vodorovnou rovinou.

Ve dvou otevřených a navzájem spojených nádobách jsou dvě různé nemísící se kapaliny, které jsou v rovnováze (Obr. 3.2). **Rovina, která rozděljuje obě nemísící se kapaliny, je plochou rovňovou.** Proto tlaky na této ploše musí být všude stejné, jinak by byla porušena rovnováha. Platí:

$$p_{v1} + \rho_1 g h_1 = p_{v2} + \rho_2 g h_2 \quad (3.5)$$



Obr. 3.2 Spojité nádoby



Obr. 3.3 Hydraulický lis



Pascalův teorém: Tlak kapaliny uzavřené v malé nádobě a vystavené velkému vnějšímu tlaku je stálý v celém rozsahu kapaliny. Síla F_1 působí na píst o plošném obsahu A_1 tlakem $p = \frac{F_1}{A_1}$ (Obr. 3.2). Tento tlak se šíří rovnoměrně v celé kapalině všemi směry a druhý píst bude tedy vytlačován silou $F_2 = p A_2$. Abychom udrželi píst v rovnováze, musíme na druhý píst působit stejně velkou silou opačného směru $G = F_2$:

$$F_1 = p A_1, \quad G = F_2 = p A_2, \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}.$$

Síly, které působí na písty, jsou úměrné příslušným plochám. Pascalův teorém se uplatní v technické praxi, např. při výpočtu hydraulického lisu.

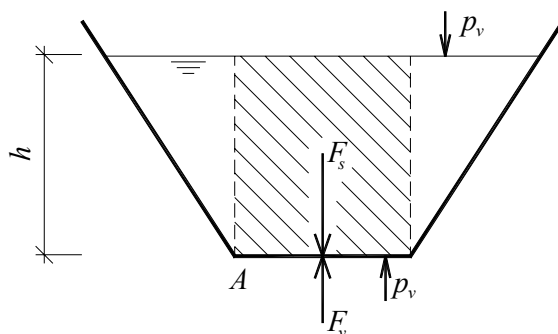
3.3 Tlaková síla kapaliny na vodorovné plochy

Na kapalinu, která je v klidu a na kterou působí jen tíže, působí ve všech bodech libovolné vodorovné roviny stejný tlak. A to proto, že každý bod takové roviny je ve stejné hloubce pod volnou hladinou. Vodorovné roviny jsou tedy plochy rovňové. Obecně je výslednice tlaku dána integrálem:

$$F = \int_A p \, dA, \quad p = \rho g h + p_v. \quad (3.6)$$

kde A je velikost zatěžované plochy. Jelikož se uvažuje vodorovná plocha, na které je stejný tlak ($p = \text{konst.}$), můžeme rovnici (3.6) upravit na tvar:

$$F = \int_A p \, dA = p \int_A dA = p A.$$



Obr. 3.4 Tlaková síla na vodorovné dno nádoby

Výsledná síla F_s , která působí na celou uvažovanou vodorovnou plochu A , se rovná součinu této plochy a statického tlaku v libovolném bodě plochy A (Obr. 3.4):

$$F_s = (p_v + p_h) A = (p_v + \rho g h) A,$$

$$F_s = F_v + F.$$

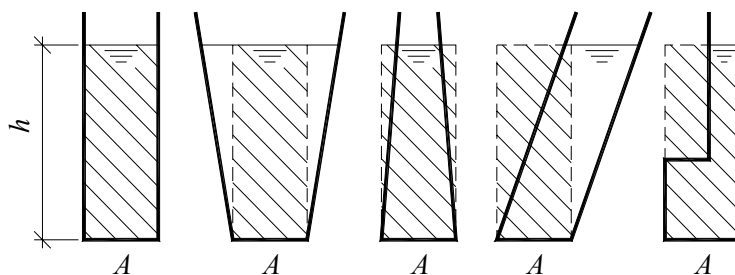
Jestliže ze vzdušní (druhé) strany plochy A působí vnější tlak p_v a tlaková síla od tohoto tlaku má velikost:

$$F_v = p_v A,$$

pak síla od hydrostatického tlaku - hydrostatická síla F :

$$F = \rho g h A \quad (3.7)$$

je způsobena pouze tíhou kapaliny. Tato hydrostatická síla F se rovná tíze sloupce kapaliny, jejíž základnou je plocha dna a výškou je jeho hloubka pod hladinou h . Tato věta platí pro nádobu jakéhokoliv tvaru. Na dno nádob podle Obr. 3.5 působí stejná hydrostatická síla podle vztahu (3.7). Nezáleží tedy na tíze kapaliny obsažené v nádobě, která může být i menší než hydrostatická síla kapaliny na dno. Tento poznatek nazýváme hydrostatické paradoxon.



Obr. 3.5 Hydrostatické paradoxon

3.4 Tlaková síla kapaliny na rovinné plochy



Libovolně nakloněnou rovinnou plochu v kapalině si představujeme jako plochu složenou z nekonečného počtu malých plošek dA . Obecně můžeme říci, že na každou plošku působí tlak p , který se mění spojitě s hloubkou h plošky dA pod hladinou. Přičemž tlak $p = f(x, y, z)$ je kolmý na danou plošku dA .



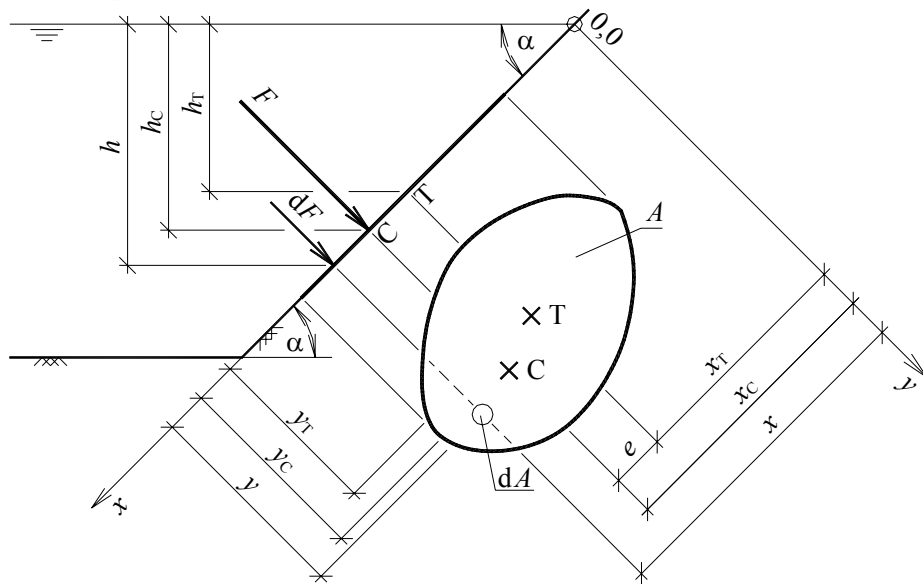
Analytické řešení

V rovině, která je odkloněna od volné hladiny o úhel α , je plocha A a v ní elementární ploška dA , která leží v hloubce h pod hladinou. Tlak v této hloubce je:

$$p = p_v + \rho g h$$

a tlaková síla dF na nekonečně malou plošku dA má velikost:

$$dF = (p_v + \rho g h) dA.$$



Obr. 3.6 Tlaková síla na rovinné plochy



Celková tlaková síla se určí integrováním v rozsahu plochy A podle (3.6) a po úpravách se obdrží:

$$F = (p_v + \rho g h_T) A.$$

Vnější tlak p_v je nejčastěji tlak vzduchu, který působí i z druhé strany plochy A . Síly $p_v A$ působící z obou stran nádoby jsou stejně velké ale opačného smyslu a navzájem se tedy ruší. Zůstává jen silový účinek tíhy kapaliny - hydrostatická tlaková síla:

$$F = \rho g h_T A. \quad (3.8)$$



Hydrostatická tlaková síla, která působí na rovinnou plochu, se rovná součinu této plochy a hydrostatického tlaku v jejím těžišti.



Protože všechny elementární síly dF jsou kolmé k ploše A , bude i výsledná síla kolmá k ploše A . Její působíště nalezneme z rovnosti momentů od výsledné hydrostatické tlakové síly F a dílčích sil dF k osám x a y . Bod C je působíštěm výsledné hydrostatické síly F :

$$x_C = \frac{J_y}{A x_T} = \frac{J_T}{A x_T} + x_T, \quad \text{kde } J_y = J_T + A x_T^2. \quad (3.9)$$

Vzdálenost působíště C výsledné hydrostatické tlakové síly F na danou plochu A od osy y se rovná podílu momentu setrvačnosti J_y plochy A k ose y a statickému momentu plochy A k téže ose. Moment setrvačnosti J_y byl nahrazen momentem setrvačnosti J_T k těžišťové ose.



Působíště hydrostatické tlakové síly je tedy pod těžištěm zatěžované plochy, a to o hodnotu:

$$e = \frac{J_T}{A x_T}, \quad (3.10)$$

kterou nazýváme excentricita. Tato excentricita vymizí pro vodorovné dno ($x_T = \infty$) nebo pro oboustranně úplně ponořené šikmé plochy a obecně, je-li tlačaná plocha totožná s plochou rovňovou. Jde-li o poměrně malé plochy, které leží dosti hluboko pod hladinou, bývá tento rozdíl zanedbatelný.

Je-li plocha symetrická podle osy x , leží samozřejmě působíště C na této ose x . U nesouměrné plochy musíme ještě určit druhou souřadnici působíště y_C . Pomocí momentové věty k ose x bude:

$$y_C = \frac{D_{x,y}}{A x_T}, \quad (3.11)$$

kde $D_{x,y}$ je deviační moment plochy A k osám x, y .

Horizontální a vertikální složka hydrostatické tlakové síly na rovinné plochy

Při některých úlohách je výhodné, známe-li vodorovnou (horizontální) a svislou (vertikální) složku hydrostatické tlakové síly. Určíme je rozkladem síly F do dvou směrů - vodorovného a svislého (Obr. 3.7):

$$\begin{aligned} \text{vodorovná složka: } F_h &= F \sin \alpha = \rho g h_T A \sin \alpha, \\ F_h &= \rho g h_T A_v, \end{aligned} \quad (3.12)$$

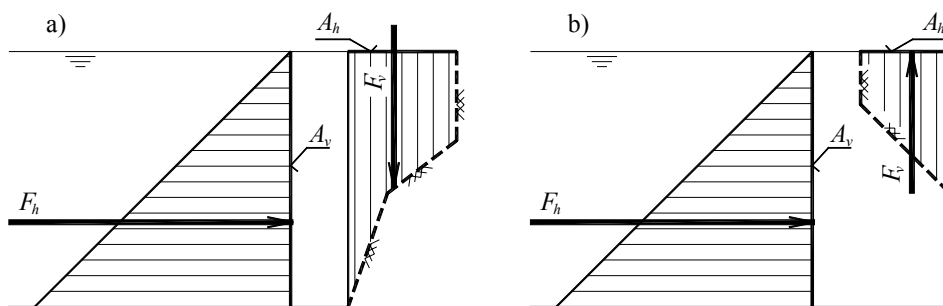
$$\begin{aligned} \text{svislá složka: } F_v &= F \cos \alpha = \rho g h_T A \cos \alpha, \\ F_v &= \rho g h_T A_h, \end{aligned} \quad (3.13)$$

kde A_v je průmět plochy A do svislé roviny a A_h průmět plochy A do vodorovné roviny.



Vodorovná složka hydrostatické tlakové síly se rovná hydrostatické tlakové síle na průmět tlačené plochy do svislé roviny kolmé k uvažovanému směru.

Svislá složka hydrostatické tlakové síly se rovná tíze svislého sloupce kapaliny nad tlačanou plochou až ke hladině. Pravidlo o svislé složce platí i v případě, kdy sloupec vody nad tlačanou plochou není, svislá složka směřuje vzhůru, vzniká zde vztlak (Obr. 3.7 b).



Obr. 3.7 Grafické znázornění vodorovné a svislé složky



Výsledná hydrostatická síla F jde průsečíkem obou složek a její velikost je:

$$F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2} . \quad (3.14)$$



Grafické znázornění hydrostatického tlaku na rovinné plochy s konstantní šířkou pomocí zatěžovacích obrazců

Průběh hydrostatického tlaku můžeme znázornit graficky. Velikost, působíště a směr hydrostatické tlakové síly na rovinnou plochu s konstantní šířkou, která má horní a dolní hranu rovnoběžnou s hladinou, můžeme obdržet pomocí tzv. zatěžovacího obrazce (Obr. 3.8). Zatěžovací obrazec obdržíme graficky tak, že v každém bodě uvažované zatěžované plochy vyneseme jeho hloubku h pod hladinou, a to ve směru ve kterém působí tlak, tj. na kolmici k uvažované ploše. Velikost dílčí hydrostatické tlakové síly je:

$$F_i = \rho g b A_{zi} , \quad (3.15)$$

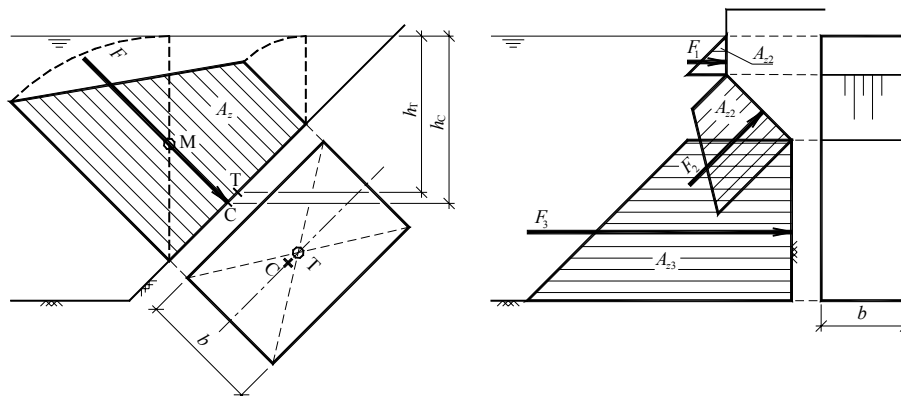
kde A_{zi} je plošný obsah i -tého zatěžovacího obrazce. To znamená, že plocha zatěžovacího obrazce představuje hydrostatickou tlakovou sílu při $\rho g b = 1$. Hydrostatická tlaková síla na i -tou obdélníkovou plochu se dvěma stranami rovnoběžnými s hladinou se rovná součinu měrné tíhy kapaliny γ , šířky tlačené plochy b a plochy zatěžovacího obrazce A_{zi} . Dílčí výslednice prochází těžištěm M_i zatěžovacího obrazce A_{zi} . Velikost výsledné hydrostatické tlakové síly F určíme vektorovým součtem dílčích sil F_i .

Uvedený postup si osvětlíme na příkladu obdélníkové stěny o šířce b (Obr. 3.9). Vodorovná složka je dána tlakem na obdélník o výšce $\bar{15}$ a šířce b a zatěžovací obrazec A^* bude lichoběžník 1567 (Obr. 3.9 a). Svislá složka je dána tíhou kapaliny o objemu V mezi zatěžovanou plochou a hladinou, jehož příčným řezem, tedy i zatěžovacím obrazcem A^{**} je lichoběžník 1234. Velikosti složek obdržíme, násobíme-li zatěžovací obrazce měrnou tíhou γ a šířkou b :

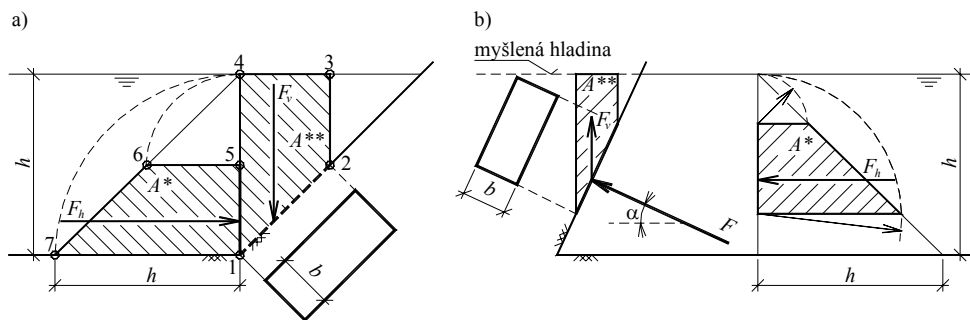
$$F_h = \rho g b A^* , \quad F_v = \rho g b A^{**} . \quad (3.16)$$

Jednotlivé složky procházejí těžištěm příslušného zatěžovacího obrazce. V případě, že složka směřuje vzhůru, hladina se uvažuje myšlená, vzniklá prodloužením skutečné hladiny (Obr. 3.9 b).

Je nutné ještě jednou zdůraznit, že uvedený postup určování tlakových sil pomocí zatěžovacího obrazce je možné použít pouze pro rovinnou plochu s konstantní šířkou (např. obdélník nebo koso obdélník) a s vodorovnými stranami. U jiných rovinných obrazců, jejichž šířka po výšce není konstantní, uvezené odvození neplatí.

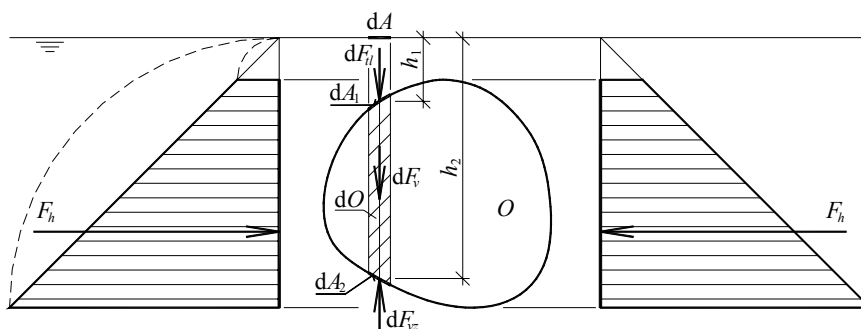


Obr. 3.8 Zatěžovací obrazce



Obr. 3.9 Zatěžovací obrazce horizontální a vertikální složky hydrostatické tlakové síly

3.5 Plování těles



Obr. 3.10 Vztlak

Uvažujme pevné těleso úplně ponořené do kapaliny, která se nepohybuje. Těleso udržujeme v rovnováze např. zavěšením. Hledejme výslednici tlakových sil kapaliny na toto těleso.



Vodorovná složka tlakové síly v libovolném směru se rovná hydrostatické tlakové síle na průmět příslušné tlačené plochy do svislé roviny kolmé k tomuto směru. Jelikož průměty jsou totožné, působí na ně vodorovné tlakové síly stejně veliké, ale opačného směru, které se navzájem ruší. To platí pro libovolný vodorovný směr.

Zbývá určit svislou složku. Zvolíme-li na povrchu tělesa dvě elementární plošky dA_1 a dA_2 svisle nad sebou položené tak, aby jejich průměty dA do vodorovné roviny byly stejné. Svislé složky tlakových sil na tyto plošky jsou dány tíhami sloupců kapaliny svisle nad nimi až k hladině:

$$\text{směrem dolů:} \quad dF_{t1} = \rho g dA h_1,$$

$$\text{směrem vzhůru:} \quad dF_{vz} = \rho g dA h_2,$$

tedy výslednice:

$$dF_v = \rho g dA' (h_2 - h_1) = \rho g dO,$$

kde dO je objem vyšrafovaného elementárního hranolu. Integrací po celém povrchu tělesa dostáváme svislou výslednici všech tlakových sil kapaliny na těleso:

$$F_v = \rho g O,$$

kde O je objem ponořeného tělesa. Tím dospíváme ke známé a velmi důležité Archimédově větě.

Těleso ponořené do kapaliny je nadlehčováno vztlakovou silou, která se rovná tíze kapaliny tělesem vytlačené.





Na těleso ponořené do kapaliny působí vlastní tíha tělesa G ve směru gravitace (tedy směrem dolů) v těžišti tělesa T a vztlaková síla F_{vz} směrem vzhůru v těžišti ponořené části tělesa C :

$$G = \rho_t g V_t, \quad F_{vz} = \rho g W, \quad (3.17)$$

kde W je výtlač - objem ponořené části tělesa, V_t objem tělesa, ρ_t hustota tělesa, ρ hustota kapaliny a g tíhové zrychlení.

V závislosti na vzájemném poměru velikostí těchto dvou sil nastávají tyto případy:

- ✘ těleso klesá ke dnu ($G > F_{vz}$);
- ✘ těleso se vznáší ($G = F_{vz}$);
- ✘ těleso plove ($G < F_{vz}$).

Hloubka nejnižšího bodu tělesa pod hladinou se nazývá ponor t_n . Hladina protíná těleso v ploše, kterou nazýváme plavební plochou a plavební osa je myšlená přímkou, která jde těžištěm tělesa T a působišťem vztlaku C .

Ponor plovoucího tělesa se vypočte z podmínky:

$$G = F_{vz}.$$



Př. 3.1

Vypočítejte velikost a působišť tlakové síly, která působí na obdélníkový uzávěr (Obr. 3.12) o rozměrech $a = 1,0$ m a $b = 1,5$ m umístěného v šikmé stěně, která je odkloněna od vodorovné o úhel $\alpha = 65^\circ$. Uzávěr má dolní hranu v úrovni dna a hloubka vody v nádrži je 2 m.

$$a = 1,0 \text{ m};$$

$$b = 1,5 \text{ m};$$

$$h = 2,0 \text{ m};$$

$$\alpha = 65^\circ;$$

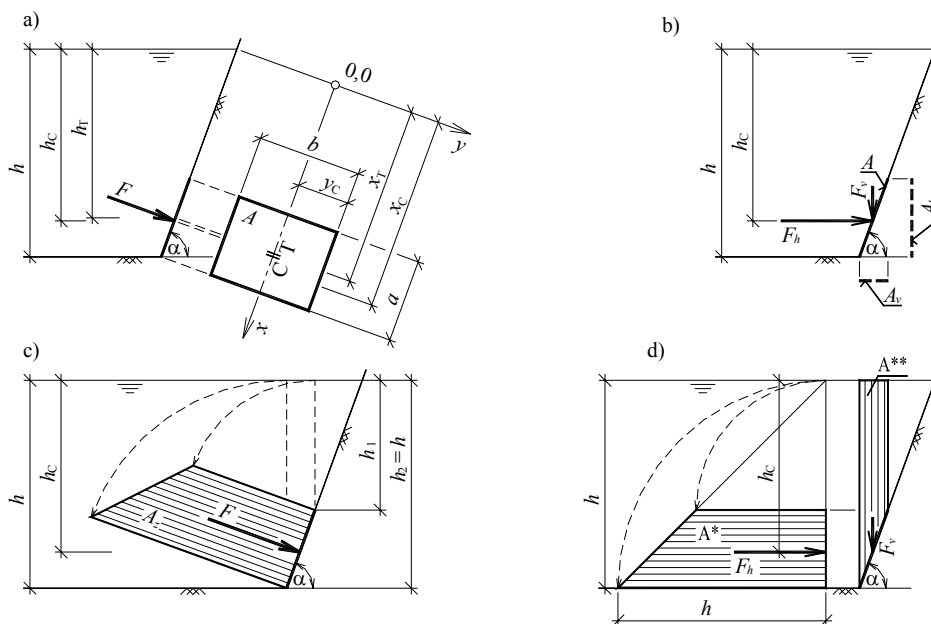
$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3;$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2;$$

$$F = ? \text{ N};$$

$$x_C = ? \text{ m}.$$

$$\begin{aligned} \text{tlačená plocha: } A &= a b; \\ A &= 1,0 * 1,5 = 1,5 \text{ m}^2. \end{aligned}$$



Obr. 3.12 Tlaková síla na obdélníkový uzávěr

Řešení:

poloha těžiště:

$$x_T = \frac{h}{\sin \alpha} - \frac{a}{2}; \quad h_T = h - \frac{a}{2} \sin \alpha;$$

$$x_T = \frac{2,0}{\sin 65^\circ} - \frac{1,0}{2} = 1,707 \text{ m}; \quad h_T = 2,0 - \frac{1,0}{2} \sin 65^\circ = 1,547 \text{ m}.$$

a) Výpočet hydrostatické tlakové síly podle rovnice (3.8) - Obr. 3.12 a):

$$F = \rho g h_T A;$$

$$F = 1000 * 9,81 * 1,547 * 1,5 = 22\,764,11 \text{ N}.$$

Poloha působíště tlakové síly je ve svislé ose zatěžované plochy (osa x) a vzdálenost x_C (3.9):

$$x_C = \frac{J_T}{A x_T} + x_T = \frac{\frac{1}{12} b a^3}{a b x_T} + x_T = \frac{a^2}{12 x_T} + x_T; \quad h_C = x_C \sin \alpha;$$

$$x_C = \frac{1,0^2}{12 * 1,707} + 1,707 = 1,756 \text{ m}; \quad h_C = 1,756 \sin 65^\circ = 1,591 \text{ m}.$$

b) Výpočet pomocí vertikální a horizontální složky tlakové síly (Obr. 3.12 b) - rovnice (3.12) a (3.13):

$$\text{vodorovná složka} \quad F_h = \rho g h_T A_v; \quad A_v = a b \sin \alpha = A \sin \alpha;$$

$$F_h = \rho g h_T A \sin \alpha;$$

$$F_h = 1000 * 9,81 * 1,547 * 1,50 * \sin 65^\circ = 20\,631,29 \text{ N};$$

$$\text{svislá složka} \quad F_v = \rho g h_T A_h; \quad A_h = a b \cos \alpha = A \cos \alpha;$$

$$F_v = \rho g h_T A \cos \alpha;$$

$$F_v = 1000 * 9,81 * 1,547 * 1,50 * \cos 65^\circ = 9\,620,53 \text{ N};$$

$$\text{výsledná tlaková síla} \quad F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2};$$

$$F = \sqrt{20\,631,29^2 + 9\,620,53^2} = 22\,764,11 \text{ N}.$$

c) Výpočet tlakové síly pomocí zatěžovacího obrazce (Obr. 3.12c) - rovnice (3.15):

plošný obsah zatěžovacího obrazce:

$$A_z = a \frac{h_1 + h_2}{2}; \quad h_1 = h - a \sin \alpha; \quad h_2 = h;$$

$$A_z = a \frac{2h - a \sin \alpha}{2};$$

$$A_z = 1,0 \frac{2 * 2,0 - 1,0 \sin 65^\circ}{2} = 1,547 \text{ m}^2;$$

$$\text{velikost tlakové síly:} \quad F = \rho g b A_z;$$

$$F = 1000 * 9,81 * 1,50 * 1,547 = 22\,764,11 \text{ N}.$$

Působíště tlakové síly prochází těžištěm zatěžovacího obrazce.

d) Výpočet tlakové síly pomocí zatěžovacího obrazce (Obr. 3.12d) - rovnice (3.16):

$$A^* = \frac{1}{2} h^2 - \frac{1}{2} (h - a \sin \alpha)^2;$$



$$A^* = 0,5 \cdot 2,0^2 - 0,5 \cdot (2,0 - 1,0 \cdot \sin 65^\circ)^2 = 1,402 \text{ m}^2;$$

$$A^{**} = a h \cos \alpha - \frac{1}{2} a^2 \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$A^{**} = 1,0 \cdot 2,0 \cdot \cos 65^\circ - 0,5 \cdot 1,0^2 \cdot \sin 65^\circ \cdot \cos 65^\circ = 0,654 \text{ m}^2;$$

$$F_h = \rho g b A^*;$$

$$F_v = \rho g b A^{**};$$

$$F_h = 9810 \cdot 1,5 \cdot 1,402 = 20\,630,43 \text{ N}; \quad F_v = 9810 \cdot 1,5 \cdot 0,654 = 9\,623,61 \text{ N};$$

$$F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2};$$

$$F = \sqrt{20\,630,43^2 + 9\,623,61^2} = 22\,764,63 \text{ N}.$$

Působíště složek sil prochází těžišti jednotlivých zatěžovacích obrazců.



Př. 3.2

Zjistěte ponor t_n dřevěného kvádru. Šířka kvádru je 0,8 m, délka 2,0 m a výška 0,3 m.

Dřevo má měrnou hmotnost $\rho_d = 800 \text{ kg/m}^3$.

$$\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3;$$

$$\rho_d = 800 \text{ kg/m}^3;$$

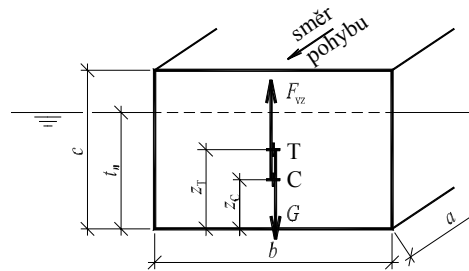
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2;$$

$$a = 2,0 \text{ m};$$

$$b = 0,8 \text{ m};$$

$$c = 0,3 \text{ m};$$

$$t_n = ? \text{ m}.$$



Obr. 3.13 Plování dřevěného kvádru

Řešení:

Hloubka nejnižšího bodu plovoucího tělesa t_n (ponor) se vypočte z porovnání vztahové síly a tíhy kvádru:

$$F_{vz} = G;$$

$$\rho g W = \rho_d g V_i;$$

$$V_i = a b c;$$

$$W = a b t_n;$$

$$\rho g t_n = \rho_d g c; \quad \Rightarrow \quad t_n = \frac{\rho_d}{\rho} c = \frac{800}{1000} 0,3 \text{ m} = 0,24 \text{ m}.$$

Ponor dřevěného kvádru je 0,24 m.



Kontrolní otázky

- Jaký směr mají síly, které působí na libovolnou rovinnou plochu v kapalině za klidu?
- Jak je definován celkový statický tlak?

4 Hydrodynamika



Na rozdíl od hydrostatiky jsou poměry při pohybu tekutin složitější a jejich matematická formulace obtížnější. Často proto používáme k výpočtům zjednodušená schémata doplněná opravnými součiniteli. Vycházíme z rozboru pohybu ideální kapaliny, přičemž zavádíme pojem proudového vlákna.



Hydrodynamika se zabývá pohybem kapalin a jejich působením na tuhá tělesa při vzájemném relativním pohybu. Definujme některé základní termíny:

průtočný profil - rovinný řez vedením proudu, kolmý k jeho podélné ose a charakterizující jeho tvar, který kapalina zaujímá nebo může zaujmout, je průtočný profil. Průtočný profil může být:

- *otevřený* - řeka;
- *uzavřený* - potrubí, stoka, propustek, atd.;



bodová rychlost $u = u(x, y, z, t)$ - okamžitou rychlost tekutiny v daném bodě nazýváme bodová rychlost. Bodovou rychlostí určité částice rozumíme dráhu l , kterou tato částice urazí za jednotku času t :

$$u = \frac{dl}{dt};$$



průtočný průřez (průtočná plocha) A - plošný obsah řezu proudu plochou kolmou v každém bodě k vektoru bodové rychlosti u ;



průtok (objemový průtok) - objem kapaliny, který proteče průtočným průřezem za jednotku času:

$$Q = \int_A u \, dA; \quad (4.1)$$



hmotnostní průtok - hmotnost kapaliny, která proteče průtočným průřezem za jednotku času:

$$Q_m = \int_A u \, \rho \, dA;$$



průřezová rychlost v - střední hodnota rychlosti v průtočném průřezu. Je definována tak, že vynásobíme-li její hodnotou průtočný průřez A , dostaneme průtok Q :



$$Q = v A; \quad v = \frac{\int u \, dA}{A}; \quad (4.2)$$

proudění ustálené - při ustáleném (stacionárním, permanentním) proudění jsou hydraulické veličiny (průtok, průřezová rychlost, průtočná plocha) v čase neměnné, a závisí pouze na poloze. Můžeme tedy psát:

$$\text{rychlost: } u = f(x, y, z); \quad \text{tlak: } p = f(x, y, z);$$



neustálené - neustálené (nestacionární, nepermanentní) proudění je takové, kde hydraulické veličiny jsou funkcí času a polohy:

$$\text{rychlost: } u = f(x, y, z, t); \quad \text{tlak: } p = f(x, y, z, t);$$

proudění rovnoměrné - rovnoměrné proudění je zvláštním případem pohybu ustáleného, při kterém jsou průtočné průřezy na celém úseku konstantní ($A_1 = A_2 = \dots = \text{konst.}$). Protože je při pohybu ustáleném i průtok Q konstantní, průřezové rychlosti jsou také konstantní ($v_1 = v_2 = \dots = \text{konst.}$), to nastává např. při konstantním sklonu dna koryta, neměnných příčných profilech a drsnostech vedení;





nerovnoměrné - při nerovnoměrném ustáleném proudění jsou hydraulické veličiny konstantní v čase, ale průřezová rychlost a průtočná plocha se mění po délce proudu, což je dáno např. proměnným sklonem dna koryta, proměnných příčných profilech a drsnostech, atd.



Ustálené a neustálené proudění si můžeme představit na příkladu výtoku kapaliny z nádrže:

- je-li výtok z nádrže stejný jako přítok do ní, nemění se poloha hladiny v nádrži, na které je závislé odtokové množství a proudění je ustálené;
- naopak, není-li přítok do nádrže stejný jako odtok, dochází ke změně polohy hladiny, což vyvolá změnu odtokového množství. Jedná se o plnění nebo prázdnění nádrže a proudění je neustálené.

Jiným příkladem může neustáleného proudění může být průchod povodně, kdy se průtok $Q(x,t)$ v čase mění.

Proudění ustálené rovnoměrné můžeme pozorovat na upravených tocích nebo umělých náhonech stálého průřezu (příčného profilu) a konstantního sklonu dna koryta. Hladina je při tomto proudění rovnoběžná se dnem. Nerovnoměrné ustálené proudění je například v přirozených tocích, kde vzniká vzdutí (např. jezem) nebo snížení - sklon dna není rovnoběžný se sklonem hladiny a sklon dna i hladiny nejsou konstantní.



Dále je zapotřebí upozornit na rozčlenění proudění z hlediska tlakových poměrů:

- **proudění s volnou hladinou**, kde povrch hladiny je v bezprostředním kontaktu s ovzduším, na hladinu působí atmosférický tlak. Je to proudění v otevřených průtočných profilech, to je v korytech řek, kanálů a žlabech. Ale i v uzavřených profilech (v potrubí, ve stokových průřezech, v propustcích) pokud nejsou celé zaplněny kapalinou;
- **proudění tlakové**, které je v uzavřených profilech, především v potrubích, když kapalina protéká plným průřezem a v každém místě je tlak různý od atmosférického. Příkladem je potrubí, kterým se vede voda z vodojemu ke spotřebiteli. Tlakové poměry ukazuje tlaková čára, která udává ve všech profilech potrubí hodnotu tlakové (piezometrické) výšky;
- **proudové paprsky**, které jsou ohraničeny kapalným nebo plynným prostředím a pohybují se v něm buď vlastní tíhou nebo setrvačností vlivem počáteční rychlosti. Příkladem může být paprsek vytékající z požární hadice.

4.1 Rovnice kontinuity v 1D



Rovnice (spojitosti) kontinuity je diskrétním vyjádřením zákona zachování hmotnosti. Rovnice spojitosti nestlačitelné kapaliny v jednodimenzionálním ustáleném proudění má tvar (**objemový tvar rovnice kontinuity**):

$$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2 = v_3 A_3 = \text{konst.} \Rightarrow v_1 = v_2 \frac{A_2}{A_1}, \quad (4.3)$$

kde indexy (1, 2, 3, ...) se vztahují k jednotlivým profilům.

V případě ustáleného proudění stlačitelné kapaliny ($\rho \neq \text{konst.}$) nabude rovnice kontinuity tvaru (**hmotnostní tvar rovnice kontinuity**):

$$Q_m = \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 = \rho_3 v_3 A_3 = \text{konst.}$$

4.2 Bernoulliho rovnice

Bernoulliho rovnice má tvar:

$$h + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = \text{konst.}$$

Protože h je polohová (geodetická) výška uvažované částice nebo těžiště průtočného průřezu nad libovolnou srovnávací rovinou, musí i ostatní dva členy mít rozměr výšky. Výraz $\frac{p}{\rho g}$ nazýváme tlakovou výškou a $\frac{u^2}{2g}$ rychlostní výškou.

Bernoulliho rovnice pro ustálené proudění **ideální kapaliny** říká, že pro všechny průřezy určitého proudového vlákna je součet polohové, tlakové a rychlostní výšky stálý:

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} . \quad (4.4)$$

Jinak lze také říci, že součet polohové, tlakové a pohybové energie příslušející jednotce tíhy průtoku ideální kapaliny je stálý pro všechny průřezy. Bernoulliho rovnice vyjadřuje zákon zachování mechanické energie proudu ideální kapaliny.

Pro skutečný proud kapaliny a příslušný průřez bodovou rychlost u nahradíme průřezovou rychlostí v a nerovnoměrné rozdělení rychlosti v v profilu se zohlední Coriolisovým číslem α . **Coriolisovo číslo vyjadřuje podíl skutečné kinetické energie E_k v průřezu stanovené z bodových rychlostí ku kinetické energii vyjádřené z průřezové rychlosti:**

$$\alpha = \frac{\int u^3 dA}{v^3 A} .$$

Číselná hodnota Coriolisova čísla se podle pokusů pohybuje u potrubí a pravidelných koryt v mezích 1,02 až 1,20, nejčastěji se blíží hodnotě $\alpha = 1,10$, i když může být podstatně vyšší (u laminárního pohybu v potrubí je $\alpha = 2,0$). Obecně se Coriolisovo číslo liší průřez od průřezu, nejčastěji však pro daný proud uvažujeme stálou hodnotou. V některých výpočtech se spokojujeme s hodnotou $\alpha \approx 1,0$ (což odpovídá ideální kapalině).

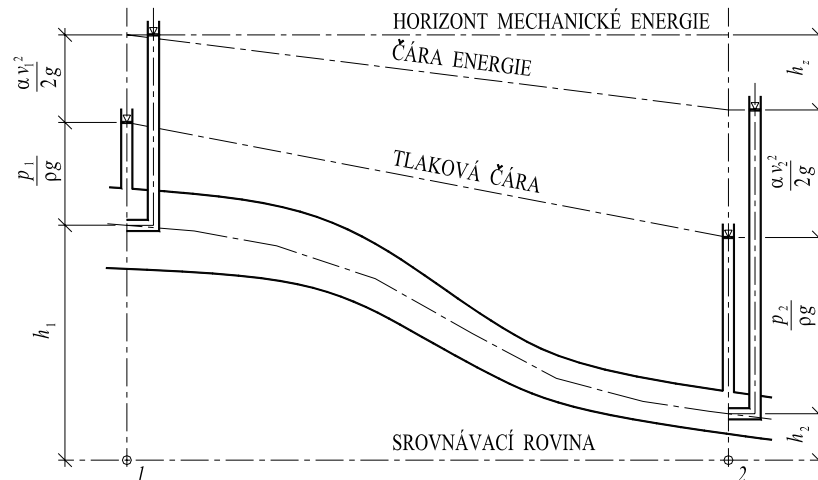
Při pohybu vazké kapaliny dochází v kapalině k vnitřnímu tření a tření o stěny vedení. Část mechanické energie se mění v jiné formy energie (převážně tepelnou). Tato přeměna energie je z hydraulického hlediska ztráta a značíme ji h_z . Bernoulliho rovnice pro **skutečnou kapalinu**, která se považuje za nestlačitelnou, ale uvažuje se vnitřní tření, má tvar (Obr. 4.1):

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_z , \quad (4.5)$$

kde indexy (1, 2) se vztahují k jednotlivým profilům (Obr. 4.1) a h_z je ztrátová výška, která vyjadřuje úbytek energetické výšky mezi dvěma průřezy proudu.

Kdybychom potrubí navrtali a připojili k němu svislé trubky nahoře otevřené (piezometrické trubky), ustavila by se v nich hladina ve výšce $\frac{p}{\rho g}$, která udává tlakovou výšku v příslušném průřezu. Spojnice všech koncových bodů těchto tlakových výšek se nazývá tlakovou čarou. Vyneseme-li nad tlakovou čáru v každém průřezu příslušnou rychlostní výšku a takto získané body spojíme, dostaneme čáru energie.





Obr. 4.1 Grafické znázornění Bernoulliho věty pro vlákno skutečné kapaliny



Příklady použití Bernoulliho rovnice:

K měření rychlostí v proudu můžeme použít Pitotovy trubice (Obr. 4.2), která je v původním tvaru trubice ohnutá do pravého úhlu a na obou koncích otevřená. Nastavuje se otvorem směrem proti proudu v příslušném místě kapaliny, kde chceme měřit bodovou (skutečnou) rychlost u . Ve svislém rameni pak vystoupí voda do úrovně "3". Toto převýšení určíme použitím Bernoulliho rovnice pro body "1" a "2" proudového vlákna proti vodorovné trubici. V bodě "1" proudí kapalina téměř nerušenou původní rychlostí u , kdežto v čelním otvoru "2" je rychlost nulová, voda trubici obtéká a v trubici se voda nepohybuje. Za předpokladu, že nebudeme uvažovat ztráty, má Bernoulliho rovnice pro body "1" a "2" tvar:

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g},$$

protože $u_2 = 0$ a $h_1 = h_2$, zůstane $u = u_1$, tedy:

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = H,$$

kde H je převýšení hladiny v Pitotově trubici nad hladinou proudu. Ukazuje tedy rychlostní výšku místní rychlosti. Hledaná rychlost má velikost:

$$u = \sqrt{2gH}, \quad \text{nebo přesněji} \quad u = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (4.6)$$

kde φ je opravný součinitel, který je závislý na konstrukci trubky a určí se tárováním.

K měření průtoku v potrubí se používá venturimetr (vodoměr). Proud se v něm zužuje z původního průměru D_1 na průměr D_2 v hrdle a poté se opět pozvolně rozšiřuje na původní velikost. Zúžením se zvětšuje rychlost na újmu tlaku, to ukazuje Bernoulliho rovnice, zapíšeme-li ji pro průřez "1" před zúžením a pro průřez "2" v hrdle. Při zanedbání ztrát na krátké vzdálenosti, Bernoulliho rovnice má tvar:

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g},$$

a pro $\alpha = 1$, $h_1 = h_2$ a $\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = H$ nabude Bernoulliho rovnice tvaru:

$$H = \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1^2), \quad (4.7)$$

kde H je rozdíl tlakových výšek, který odečteme na piezometrických trubicích. Tato rovnice má dvě neznámé (v_1 a v_2), a proto musíme nalézt druhou



nezávislou rovnicí, tak abychom systém uzavřeli. Touto druhou rovnicí bude rovnice spojitosti, která má pro profily "1" a "2" tvar:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2, \quad v_1 = v_2 \frac{A_2}{A_1} = v_2 \frac{D_2^2}{D_1^2}. \quad (4.8)$$

Nyní máme dvě nezávislé rovnice o dvou neznámých, které mají právě jedno řešení. Substitucí (4.8) do (4.7) a po úpravě obdržíme:

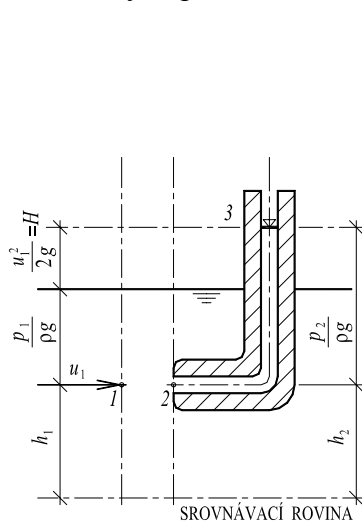
$$v_2 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}}} \quad \text{a} \quad Q = A_2 v_2 = A_2 \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}}}.$$

Protože jsme při odvození tohoto vztahu zanedbali ztráty, bude přesněji:

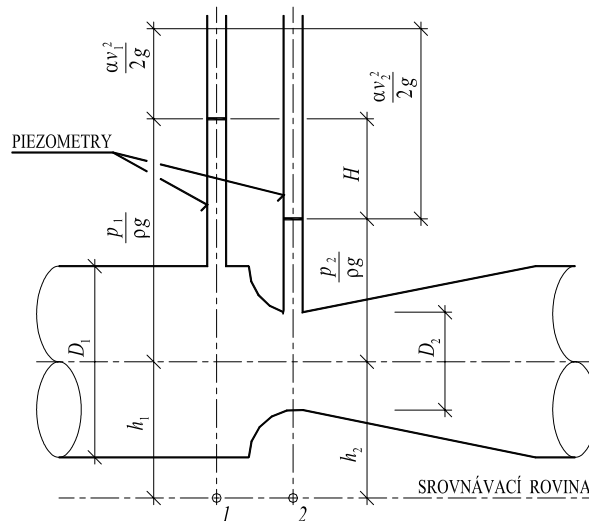
$$Q = \varphi A_2 \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}}}, \quad (4.9)$$

kde φ je součinitel podmíněný ztrátami ve venturimetru. U normalizovaných tvarů jej můžeme nalézt v tabulkách, jinak se určí tárováním.

Při velkých tlakových výškách, jaké jsou na vodovodech, by nebylo prakticky možné použít piezometrických trubic nahoře otevřených, které by musely být i několik desítek metrů vysoké. Protože však nepotřebujeme znát absolutní hodnoty tlaků, ale pouze jejich rozdíl, používají se v praxi diferenciální manometry naplněné rtuť.



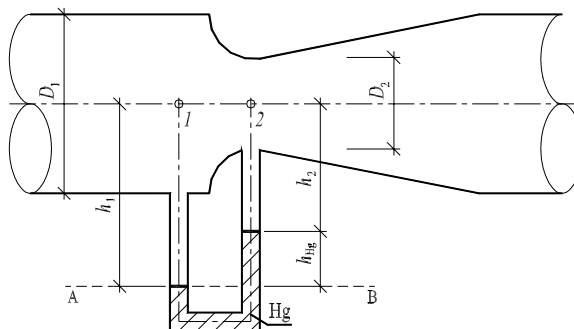
Obr. 4.2 Pitotova trubice



Obr. 4.3 Venturimetr

Př. 4.1

Vypočítejte průtočné množství vody v potrubí o průměru $D_1 = 10$ cm. Do potrubí je zabudován venturimetr (Obr. 4.4) o průměru $D_2 = 7$ cm. Rozdíl hladin v rtuťovém diferenciálním manometru je $h_{Hg} = 15$ mm. Ztráty ve venturimetru zanedbejte.



Obr. 4.4 Venturimetr





$$\begin{array}{lll}
 D_1 = 0,100 \text{ m}; & D_2 = 0,070 \text{ m}; & h_{\text{Hg}} = 0,015 \text{ m}; \\
 g = 9,81 \text{ m/s}^2; & h_z = 0,000 \text{ m}; & \alpha = 1,00; \\
 \rho_{\text{Hg}} = 13\,550 \text{ kg/m}^3; & \rho = 1000 \text{ kg/m}^3. &
 \end{array}$$

Řešení:

Z podmínky rovnováhy k rovňové ploše A-B (Obr. 4.4) platí:

$$\begin{aligned}
 p_1 + \rho g h_1 &= p_2 + \rho g h_2 + \rho_{\text{Hg}} g h; & \Delta p &= p_1 - p_2; & h_{\text{Hg}} &= h_1 - h_2; \\
 \Delta p &= (\rho_{\text{Hg}} - \rho) g h_{\text{Hg}}; \\
 \Delta p &= (13550 - 1000) \cdot 9,81 \cdot 0,015 = 1,847 \text{ kPa}.
 \end{aligned}$$

Bernoulliho rovnice (4.5) zapsaná pro profily "1" a "2" má tvar (srovnávací rovina je v ose potrubí):

$$\begin{aligned}
 \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} &= \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_z; & h_z &= 0; & p_1 - p_2 &= \Delta p; & \alpha &= 1,0; \\
 \frac{\Delta p}{\rho g} &= \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g};
 \end{aligned}$$

rovnice spojitosti pro profily "1" a "2":

$$\begin{aligned}
 v_1 A_1 &= v_2 A_2; \\
 v_2 &= v_1 \frac{A_1}{A_2} = v_1 \frac{D_1^2}{D_2^2};
 \end{aligned}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho \left(\frac{D_1^4}{D_2^4} - 1 \right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1847}{1000 \left(\frac{0,10^4}{0,07^4} - 1 \right)}} = 0,942 \text{ m/s};$$

$$Q = v_1 A_1 = v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = 0,942 \frac{\pi \cdot 0,10^2}{4} = 0,0074 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Potrubím protéká průtok 0,0074 m³/s vody.



Kontrolní otázka

- Co vyjadřuje Coriolisovo číslo?

5 Ustálený výtok kapaliny otvorem z nádob



Můžeme rozlišit výtok z nádoby:

- * **ustálený**, kdy vytékající množství kapaliny neustále doplňujeme (výtok Q je roven přítoku Q_p), hladina zůstává ve stejné poloze, tlaky a rychlosti jsou nezávislé na čase;
- * **neustálený**, při kterém se hydraulické charakteristiky mění s časem. Přítok Q_p není roven výtoku Q a hladina v nádrži stoupá nebo klesá. Jinými slovy dochází k plnění nebo prázdnění nádrže.

Z hydraulického hlediska rozlišujeme výtok:

- * **volný (nezatopený)** - kapalina vytéká do vzduchu a výtokové charakteristiky nejsou ovlivňovány kapalinou za otvorem;
- * **zatopený** - kapalina vytéká pod hladinu kapaliny za otvorem;
- * **částečně zatopený** - kapalina vytéká současně pod hladinu a do vzduchu tak, že část výtokového otvoru je pod hladinou - výtokové charakteristiky částečně ovlivňuje kapalina za otvorem.

5.1 Volný výtok malým otvorem ve dně

Nádoba o vodorovné průřezové ploše A_0 má ve vodorovném dně výtokový otvor plochy A , kterým vytéká kapalina průřezovou rychlostí v . Na hladinu necht' působí tlak p_0 a na výtokový paprsek tlak p_c .

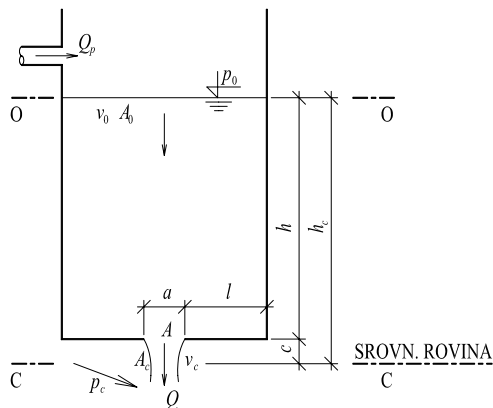
K výtokovému otvoru se dostávají jednotlivé částice ze všech stran, takže postupují v křivočarých trajektoriích. Za otvorem se vytvoří výtokový paprsek, a protože zakřivené dráhy částic zachovávají i za otvorem plynulý tvar, bude průřez výtokového paprsku menší než průřez otvoru. Nastává zúžení neboli kontrakce paprsku, který charakterizujeme **součinitelem zúžení** ε ($\varepsilon < 1$) - poměr zúženého průtočného průřezu A_c k ploše výtokového otvoru A . Použitím Bernoulliho rovnice pro hladinu a pro zúžený průřez a dále rovnice kontinuity (4.3) obdržíme po úpravě vztah pro průtok:

$$Q = \mu A \sqrt{\frac{2g \left(h_c + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} \right)}{1 - \alpha_0 \varepsilon^2 \varphi^2 \frac{A^2}{A_0^2}}}, \quad (5.1)$$

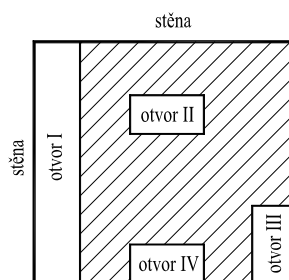
kde φ je součinitel výtokové rychlosti $\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \xi}}$, který udává poměr

skutečné a teoretické průřezové výtokové rychlosti a kde α je Coriolisovo číslo (Odst. 4.2) a ξ součinitel ztrát, který zahrnuje všechny ztráty energie při proudění od hladiny 0-0 k zúženému profilu C-C. ε je součinitel zúžení -

$\varepsilon = \frac{A_c}{A}$ a μ je **součinitel výtoku** (podíl skutečného průtoku k průtoku teoretickému) - $\mu = \varepsilon \varphi$.



Obr. 5.1 Výtok kapaliny otvorem ve dně



Obr. 5.2 Zúžení úplné a neúplné

U malých otvorů bývá také přítoková rychlost nepatrná (je-li $A_0 \gg A$):

$$Q = \mu A \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} \right)}.$$

Velmi často působí na hladinu i na výtokový otvor stejný tlak, a proto $p_0 - p_c = 0$, takže dostaneme výrazy:

$$v_c = \varphi \sqrt{2gh}, \quad Q = \mu A \sqrt{2gh}. \quad (5.2)$$

Tyto výrazy v podstatě odvodil Toricelli (1608-1647).



5.2 Součinitelé výtoku, zúžení, výtokové rychlosti a ztrát

Na velikost zúžení má vliv vzdálenost otvoru od stěn nádoby a tvarování hrany otvoru. Je-li otvor ostrohranný je zúžení veliké, jsou-li hrany zaobleny, pak se zúžení podstatně zmenší. Stěny ovlivňují zúžení jen v případě, jsou-li blízko otvoru. Při vzdálenosti větší než je trojnásobek příslušné délky hrany otvoru (jedná-li se o kruh jde o průměr D), stěny na zúžení nepůsobí. Nepůsobí-li stěny na zúžení, hovoříme o dokonalém zúžení, v opačném případě se jedná o zúžení nedokonalé. Při nedokonalém zúžení je průměr paprsku větší než při dokonalém. Při nedokonalém zúžení ($l < 3a$ - Obr. 5.1) je součinitel výtoku definován vztahem:

$$\mu_n = \mu \left[1 + 0,641 \frac{A^2}{A_s^2} \right],$$

kde A je plošný obsah výtokového otvoru a A_s plošný obsah stěny, ve které je otvor.

Nastává-li zúžení ze všech stran, říkáme, že zúžení je úplné. Splývají-li hrany otvoru na jedné nebo více stranách se stěnami, pak na těchto hranách otvoru odpadá zúžení. Tento případ nazýváme zúžení částečné. Při částečném zúžení (Obr. 5.2 - otvory I, III a IV) se udává součinitel výtoku μ_ε :

$$\mu_\varepsilon = \mu \left(1 + \chi \frac{s}{O} \right),$$

kde s je délka hran, podle kterých není kontrakce, O celkový obvod výtokového otvoru a $\chi = 0,13$ pro kruhové otvory a $\chi = 0,15$ pro obdélníky.

Součinitel výtoku se pohybuje v dosti širokých mezích. Pouze u malých ostrohranných otvorů a při úplném dokonalém zúžení můžeme brát jako střední hodnotu:

$$\mu \approx 0,60 \text{ až } 0,62.$$

Hodnoty pro větší otvory jsou uvedeny v Tab. 5.1. Hodnota součinitele výtoku se změní, připojí-li se k otvoru nátrubek. Krátký vnější nátrubek průtočnost zvýší a vnitřní (Bordův) nátrubek naopak průtočnost sníží.

Tab. 5.1 Součinitel výtoku otvorem

	tvar otvoru	μ
1.	malé otvory s dokonalým zúžením ($\varphi = 0,97$, $\varepsilon = 0,64$)	0,62
2.	malé otvory s nedokonalým všestranným zúžením (plocha otvoru je menší než 1/10 plochy stěny v níž je otvor umístěn):	
	- malé kruhové otvory těsně u stěn - malé čtvercové otvory se zúžením ze 3 stran	0,63 0,64
3.	malé obdélníkové otvory s poměrem stran 1:2 s částečným zúžením:	
	- zúžení z jedné, a to delší strany - zúžení z jedné, a to kratší strany	0,64 0,65
4.	otvory středních rozměrů s všestranným zúžením	0,65
5.	velké otvory s všestranným zúžením	0,70
6.	otvory u dna (výtok pod stavidlem) s podstatným bočním zúžením	0,70
7.	otvory u dna s průměrným bočním zúžením	0,75
8.	otvory u dna s plynulým usměrněním proudu	0,80

5.3 Volný výtok otvorem ve svislé stěně

Pro volný výtok otvorem šířky $b = \text{konst.}$, tedy pro **otvor obdélníkový** (Obr. 5.3 a), platí:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(h_1 + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_2 + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right]. \quad (5.3)$$

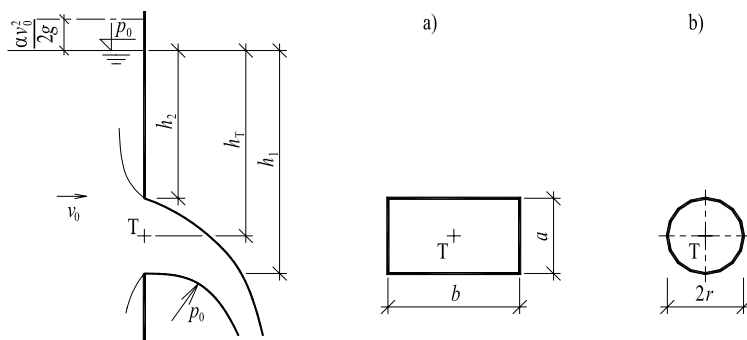


Pro volný výtok **kruhovým otvorem** o poloměru r (Obr. 5.3 b) platí (při odvození byla použita binomická věta):

$$Q = \mu \left[1 - \frac{1}{32} \left(\frac{r}{h_T} \right)^2 - \frac{5}{1024} \left(\frac{r}{h_T} \right)^4 \right] \pi r^2 \sqrt{2 g h_T}, \quad (5.4)$$

kde h_T je hloubka těžiště kruhového otvoru pod hladinou. Je-li $\frac{r}{h_T} = 0,3$ dává výrazy v hranaté závorce hodnotu 0,998 neboli je přibližně roven jedné, a proto:

$$Q \approx \mu \pi r^2 \sqrt{2 g h_T}. \quad (5.5)$$



Obr. 5.3 Výtok čtvercovým a kruhovým otvorem ve svislé stěně

5.4 Volný výtok hydraulicky malým otvorem ve svislé stěně

Pokud je největší svislá vzdálenost obrysu otvoru od těžiště otvoru e_{max} :

$$e_{max} \leq 0,25 h_T,$$

kde h_T je hloubka těžiště výtokového otvoru pod hladinou, pak se jedná o výtok **hydraulicky malým otvorem** a můžeme zanedbat změny rychlosti ve výtokovém otvoru. Vzorec pro výtokové množství se zjednoduší (s chybou pod 1 %):

$$v = \varphi \sqrt{2 g h_T}, \quad Q = \mu A \sqrt{2 g h_T}, \quad (5.6)$$

za předpokladu, že na hladinu a na výtokový paprsek působí stejný tlak.

5.5 Výtok ponořeným otvorem ve svislé stěně

Je-li výtokový otvor libovolného tvaru ve svislé stěně ponořen pod hladinou dolní vody (Obr. 5.4), pak rychlost je ve všech bodech zatopeného otvoru stejná a závisí na rozdílu hladin:

$$v = \varphi \sqrt{2 g \left(H + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2 g} \right)}. \quad (5.7)$$

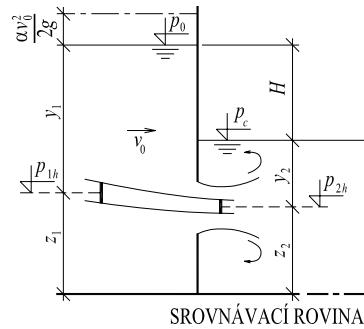
Výtokové množství obdržíme, násobíme-li zúžený průřez εA rychlostí v :

$$Q = \varepsilon A v, \quad Q = \mu_p A \sqrt{2 g \left(H + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2 g} \right)}, \quad (5.8)$$

kde μ_p je součinitel výtoku pro ponořený výtok (je poněkud menší než pro výtok do vzduchu, ale rozdíly jsou nepatrné).

Bude-li vliv přítokové rychlosti zanedbatelný a tlak na obě hladiny stejný, bude platit:

$$v = \varphi \sqrt{2 g H}, \quad Q = \mu_p A \sqrt{2 g H}. \quad (5.9)$$



Obr. 5.4 Výtok ponořeným otvorem

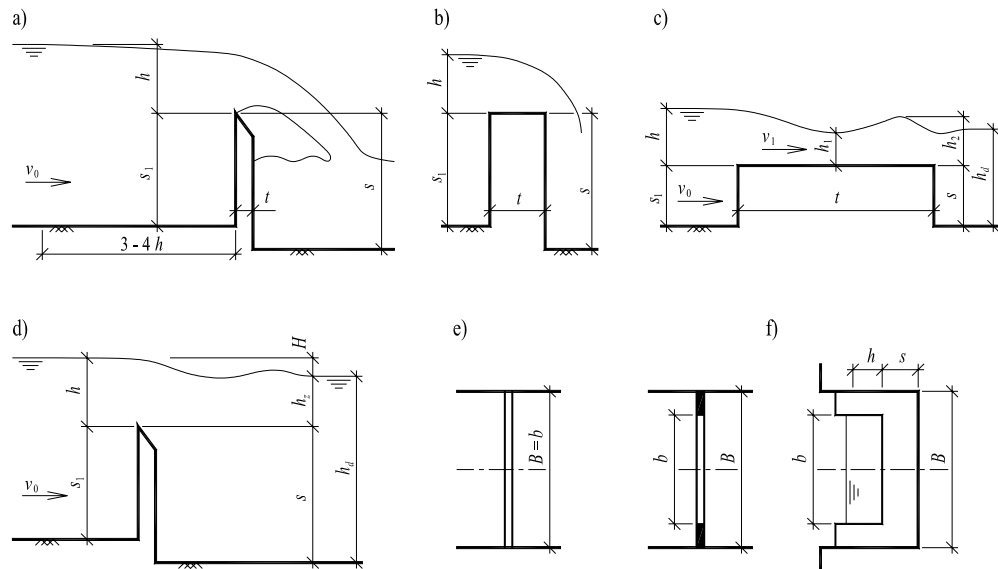
6 Přepady



Přepad můžeme definovat jako výtok kapaliny otvorem nahoře otevřeným nebo otvorem, v němž hladina nedosahuje k jeho hornímu obrysu. Vznikne zpravidla vložení stěny napříč proudem s volnou hladinou. Tato stěna vzdouvá vodu a voda přes ni přepadá. **Konstrukci, přes kterou voda přepadá, se nazývá přeliv**; nejvyšší část přelivu je přelivná hrana (nebo koruna přelivu). **Přepadající proud vody se nazývá přepadový paprsek.**

Tvar a tloušťka přelivné stěny má podstatný vliv na proudění přes přeliv. Proto podle ní dělíme přelivy na tyto základní typy:

- ostrohranné přelivy;
- jezové nebo přehradní přelivy (obdélníkového a lichoběžníkového příčného průřezu, proudnicové přelivy);
- přelivy se širokou korunou;
- zvláštní typy přelivů (šachtový přeliv, boční přeliv, ...).



Obr. 6.1 Typy přelivů a přepadů: a) ostrohranný přeliv, dokonalý přepad; b) přeliv přes jezové těleso s obdélníkovým příčným profilem; c) přeliv přes širokou korunu, dokonalý přepad; d) ostrohranný přeliv, nedokonalý přepad; e) přeliv bez bočního zúžení; f) přeliv s bočním zúžením

Podle ovlivnění přepadového množství přes přeliv hladinou dolní vody (hladinou za přelivem) můžeme rozeznat:

- přepad dokonalý** - přepadové množství není ovlivněno hladinou dolní vody;
- přepad nedokonalý** (zatopený) - je-li hladina dolní vody nad úroveň přelivné hrany, je nutné ověřit, zda-li je přepadové množství ovlivněno hladinou dolní vody.

Přepad vody přes přeliv může být:

- * **bez bočního zúžení**, jestliže se šířka přelivu b rovná šířce B obdélníkového žlabu;
- * **s bočním zúžením**, je-li přepad pouze v části přelivné stěny nebo jestliže se k přelivné stěně žlab zužuje, tedy $b < B$.



6.1 Ostrohranné přelivy

Přepad přes ostrou hranu nastává, je-li tloušťka přelivné stěny t :

$$t < 0,66 h,$$

kde h je přepadová výška (výška přepadového paprsku), což je převýšení hladiny nad nejnižším místem přelivné hrany. Ostrohranných přelivů se používá zejména pro měření průtoku, protože jsou experimentálně nejlépe ověřeny. Pro dosažení přesných výsledků při měření průtoků se požaduje dokonalý přepad, volný přepadový paprsek a dobré uklidnění přítoku, např. dostatečně dlouhým přímým přítokovým žlabem. Dále má být přelivná stěna svislá a hladká, jednostranně upravená do břitu. Je nutné splnit rozmezí platnosti používaných rovnic a předepsané podmínky pro umístění měrného přelivu, jinak se musí měrná křivka přelivu určit tárováním přímo na místě.



Výpočet přepadu přes ostrou hranu, Bazinův přeliv

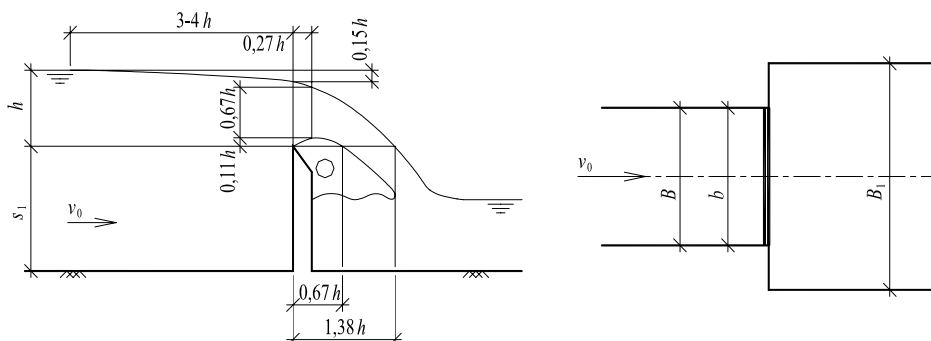
Při výpočtu přepadu přes ostrou hranu (obdélníkový přeliv se šířkou stěny $t < 0,66 h$) je přepadové množství Q dáno Weisbachovou rovnicí:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} [h_0^{3/2} - k^{3/2}], \quad (6.1)$$

kde μ je součinitel přepadu daného přelivu, h přepadová výška, $k = \frac{\alpha v_0^2}{2g}$ přítoková rychlostní výška a veličinu $h_0 = h + k$ nazýváme energetická přepadová výška. Výpočet průtoku při neznámé přítokové rychlosti v_0 provedeme postupným přibližováním Q a v_0 . Neuvažujeme-li s přítokovou rychlostí, obdržíme rovnici Poleniovu nebo Dubuatovu:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} h^{3/2}.$$

Součinitel přepadu závisí na typu přelivu, přepadové výšce h , výšce stěny s_1 a na tlaku v prostoru pod paprskem. Je-li tento prostor uzavřen, vysává z něho proudící paprsek vzduch, takže zde klesá tlak a součinitel přepadu μ se zvětšuje. Zavzdušní-li se tento prostor (např. rozšířením koryta pod přelivem nebo zvláštním zavzdušňovacím potrubím) celý jev se stabilizuje a vytvoří se volný přepadový paprsek, který má stálý tvar.



Obr. 6.2 Bazinův přeliv





Obdélníkový ostrohranný přeliv bez bočního zúžení a zavzdušněným prostorem pod přepadovým paprskem se nazývá Bazinův. Bazinův přeliv (Obr. 6.2) je základním typem ostrohranných přelivů a protože byl podrobně prozkoumán, stal se základním měrným přelivem.



Bazin odvodil pro stanovení přepadového množství přes přeliv rovnici, která se používá se i pro výpočet dalších typů přelivů. Pro její odvození můžeme vyjít z (6.1), kde zanedbáme člen $-k^{3/2}$, který je malý vůči předchozímu členu $h_0^{3/2}$, vytkneme $h^{3/2}$ a označíme $\frac{2}{3}\mu = m_0$:

$$Q = m_0 b \sqrt{2g} h^{3/2} \left(1 + \frac{\alpha v_0^2}{2g h}\right)^{3/2}, \quad \text{kde} \quad m = m_0 \left(1 + \frac{\alpha v_0^2}{2g h}\right)^{3/2},$$

pak platí:

$$Q = m b \sqrt{2g} h^{3/2}, \quad (6.2)$$

kde m je **Bazinův součinitel přepadu, který zahrnuje ztráty a kontrakci na přepadu a vliv přítokové rychlosti**. Bazin podle pokusů stanovil součinitel přepadu m :

$$m = \left(0,405 + \frac{0,003}{h}\right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h + s_1}\right)^2\right], \quad (6.3)$$

s platností pro (chyba < 1%):
 $0,1 \text{ m} < h < 1,24 \text{ m};$
 $0,2 \text{ m} < b < 2,0 \text{ m};$
 $0,2 \text{ m} < s_1 < 2,0 \text{ m}.$

Přepadové paprsky jsou u Bazinova přelivu vzájemně podobné a Bazin udal jejich charakteristické rozměry v poměru k přepadové výšce (Obr. 6.2). Ve vzdálenosti $3h$ nad přelivem je snížení hladiny $0,003h$, kdežto nad přelivnou hranou $0,15h$. Z toho plyne, že se přepadová výška musí měřit ve vzdálenosti 3 až $4h$ před přelivem. Přeliv obdélníkový s tloušťkou stěny $t < 0,66h$ nemá vliv na tvar přepadového paprsku, a může se proto počítat jako přepad ostrohranný.



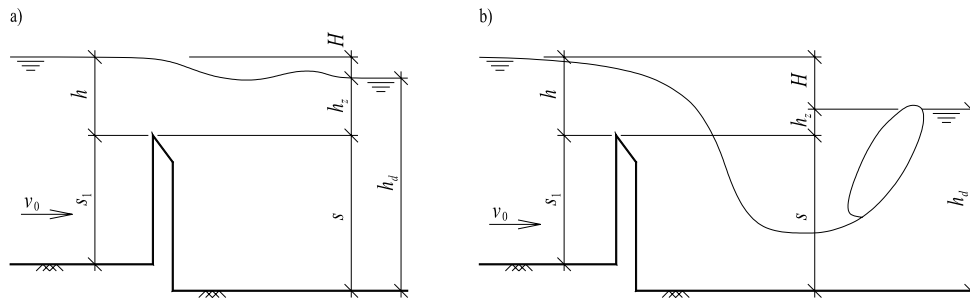
Nedokonalý (zatopený) přepad vznikne, je-li hladina dolní vody výše než přelivná hrana a hladina dolní vody snižuje přepadové množství. Za přepadovým paprskem vzniká vodní skok, který může být vzdutý, vlnovitý nebo oddálený. Zatopení nastává pouze při vzdutém nebo vlnovitém vodním skoku, při oddáleném vodním skoku dopadá paprsek na dno a přepad je dokonalý (Obr. 6.3 b). Přibližně bylo zjištěno, že vzdutý vodní skok (a tím i nedokonalý přepad) vzniká při poměru $\frac{H}{s} < 0,70$.

Podrobněji Pavlovskij zjistil, že přepad bude nedokonalý, bude-li poměr $\frac{H}{s}$ menší než mezní poměr $\left(\frac{H}{s}\right)_*$, který je udaný v Tab. 6.1 v závislosti na poměru $\frac{h}{s}$. Podmínky nedokonalého přepadu jsou:

$$1) \quad h_d > s \quad \text{a současně} \quad 2) \quad \frac{H}{s} < \left(\frac{H}{s}\right)_*. \quad (6.4)$$

Tab. 6.1 Mezní hodnoty pro nedokonalý přepad přes ostrou hranu

$\frac{h}{s}$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	3,00
$\left(\frac{H}{s}\right)_*$	1,00	0,90	0,83	0,78	0,75	0,73	0,68	0,67	0,67	0,71	0,85



Obr. 6.3 Přepad přes ostrou hranu

- a) se vzdutým nebo vlnovitým vodním skokem (**nedokonalý přepad**);
 b) s oddáleným vodním skokem (**dokonalý přepad**)

K výpočtu nedokonalého přepadu přes ostrohranný přeliv používáme nejčastěji postup podle Bazina, který vzorec pro dokonalý přepad (6.2) redukuje součinitelem zatopení σ_z :

$$Q = \sigma_z m b \sqrt{2g} h^{3/2}, \quad (6.5)$$

$$\text{kde} \quad \sigma_z = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{h_z}{s} \right) \sqrt[3]{\frac{H}{h}}. \quad (6.6)$$

Nedokonalý přepad je méně prozkoumán než přepad dokonalý a vyžaduje složitější zařízení pro změření hladiny obou hladin, proto se k měření průtoků nedoporučuje.

Ostrohranné přelivy s bočním zúžením

Přelivy s bočním zúžením vznikají výřezy různého tvaru ve stěně přelivů. Mezi základní typy patří obdélníkový (Ponceletův), trojúhelníkový, lichoběžníkový, kruhový, parabolický, lineární, atd.

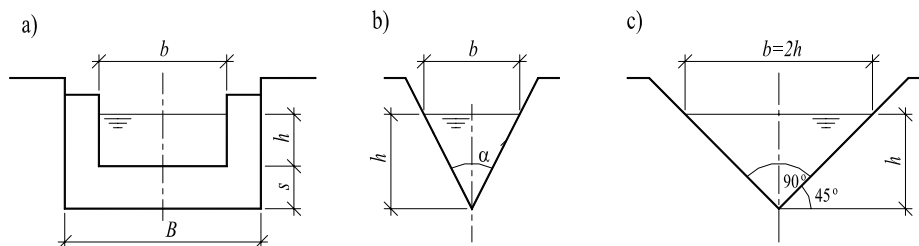
- a) **obdélníkový (Ponceletův) přeliv** (Obr. 6.4 a)

Ostrohranný obdélníkový přeliv s bočním zúžením ($b < B$) se nazývá Ponceletův přeliv (Obr. 6.4a). Je vhodný k měření průtoku v malých vodních tocích a ve vodních kanálech s obdélníkovým průřezem.

Pro přepadové množství platí:

$$Q = m_b b \sqrt{2g} h^{3/2}, \quad m_b = \left[0,405 + \frac{0,0027}{h} - 0,03 \left(1 - \frac{b}{B} \right) \right] \left[1 + 0,55 \left(\frac{A}{A_0} \right)^2 \right], \quad (6.7)$$

kde m_b je součinitel přepadu pro Ponceletův přeliv, kde A je průtočný průřez ve výřezu a A_0 průtočný průřez přívodního žlabu.



Obr. 6.4 Přelivy: a) obdélníkový; b) trojúhelníkový; c) Thomsonův

- b) **Trojúhelníkový (rovnoramenný) přeliv** (Obr. 6.4 b)

Pro měření malých průtoků je trojúhelníkový přeliv přesnější než Ponceletův. Rovnice pro výpočet přepadového množství přes trojúhelníkový přeliv má tvar:

$$Q = \frac{8}{15} \mu \sqrt{2g} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) h^{5/2}, \quad (6.8)$$



kde součinitel $\mu \approx (0.56 \sim 0.60)$ a je funkcí $\mu = f(h, \alpha)$. Vzorec (6.8) je často uváděn ve tvaru:

$$Q = m_t \sqrt{2g} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right) h^{5/2}, \quad (6.9)$$

kde $m_t \approx (0,299 \sim 0,320)$



c) **Thomsonův přeliv** (Obr. 6.4 c)

Speciálním typem trojúhelníkového přelivu je Thomsonův přeliv. Thomson prozkoumal přeliv s $\alpha = 90^\circ$, takže $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1,0$ a zjistil konstantní součinitel $\mu = 0,593$, resp. $m_t = 0,316$. Z toho pro přepadové množství vyplývá:

$$Q = 1,4 h^{5/2}, \quad (6.10)$$

s platností pro: $B \geq 8 h$ a $s_1 \geq 3 h$.

6.2 Jezové přelivy



Jezy jsou pohyblivé nebo pevné konstrukce umístěné v korytě toku, kterými se vzdouvá voda k různým vodohospodářským účelům. Ostrohranné přelivy jsou jako vzdouvací objekty staticky nevhodné. Proto se jako vzdouvací konstrukce na tocích používají buď:

- ✖ **masívní přelivy - pevné jezy** na kterých nelze při proměnných průtocích řízeně manipulovat s hladinami
- ✖ nebo se pro řízenou manipulaci polohy hladiny nad přelivem používá **pohyblivých hradících konstrukcí (uzávěrů)** různých typů - **pohyblivé jezy**.



Výpočet přepadu přes jezová tělesa

Pro výpočet přepadového množství přes jezová tělesa můžeme použít rovnice podobné rovnici (6.2):

$$Q = \sigma_z \sigma_s m b_0 \sqrt{2g} h_0^{3/2}; \quad h_0 = h + \frac{\alpha v_0^2}{2g}, \quad (6.11)$$

kde σ_z **součinitel zatopení** (pro dokonalý přepad $\sigma_z = 1$, pro nedokonalý $\sigma_z < 1$);

σ_s **součinitel šikmosti** (vliv půdorysného uspořádání);

b_0 **účinná šířka přelivu**;

h **přepadová výška**;

m **součinitel přepadu přes jezová tělesa**;

$k = \frac{v_0^2}{2g}$ **přítoková rychlostní výška**;

$h_0 = h + \frac{v_0^2}{2g} = h + k$ **energetická přepadová výška** - přepadová výška zvětšená o přítokovou rychlostní výšku.

Rovnice (6.11) je často uváděna ve tvaru:

$$Q = \sigma_z \sigma_s M b_0 h_0^{3/2}, \quad M = m \sqrt{2g} \quad (6.12)$$

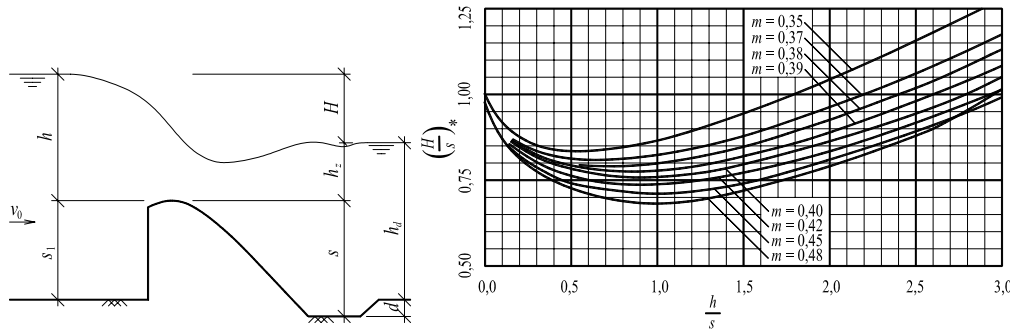
kde M je rozšířený součinitel přepadu přes jezová tělesa. Součinitel přepadu m závisí hlavně na tvaru přelivného tělesa a pak (podobně jako u ostrohranného přelivu) na přepadové výšce h .

Nedokonalý přepad

Nedokonalý přepad přes jez (Obr. 6.5) se počítá obdobně jako u ostrohranného přelivu. Podle Bachmětěva je přepad nedokonalý, jsou-li současně splněny tyto podmínky:

$$1) h_d + d > s; \quad \text{a současně} \quad 2) \frac{H}{s} < \left(\frac{H}{s} \right)_* \quad (6.13)$$

mezní hodnoty $\left(\frac{H}{s} \right)_*$ pro přepad přes jez závisí na poměrné přepadové výšce $\frac{h}{s}$ a na součiniteli přepadu m , a tím i na typu jezu: Mezní hodnoty udává graf na Obr. 6.6.



Obr. 6.5 Nedokonalý přepad přes jez

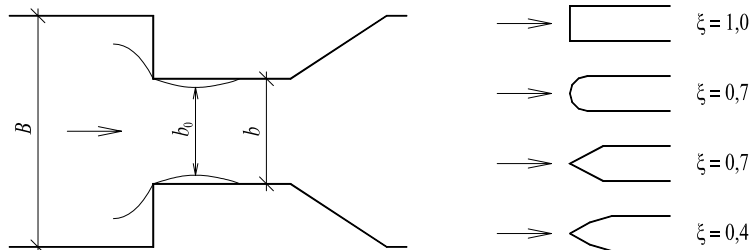
Obr. 6.6 Grafikon mezních hodnot pro zatopený přepad přes jez

Zmenšení průtočnosti při nedokonalém přepadu se vyjádří součinitelem zatopení σ_z , který závisí na poměru $\frac{h_z}{h}$ a částečně také na tvaru přelivné plochy. Jeho orientační hodnoty v závislosti na $\frac{h_z}{h}$ podle Oficerova a Istominy udává Tab. 6.2.

Tab. 6.2 Součinitel zatopení σ_z pro přepad přes jez

h_z/h	σ_z	h_z/h	σ_z	h_z/h	σ_z	h_z/h	σ_z	h_z/h	σ_z
0,40	0,990	0,65	0,940	0,74	0,869	0,82	0,756	0,90	0,575
0,45	0,986	0,66	0,930	0,75	0,858	0,84	0,719	0,92	0,515
0,50	0,980	0,68	0,921	0,76	0,846	0,85	0,699	0,94	0,449
0,55	0,970	0,70	0,906	0,78	0,820	0,86	0,677	0,95	0,412
0,60	0,960	0,72	0,889	0,80	0,790	0,88	0,629	1,00	0,000

Boční kontrakce



Obr. 6.7 Boční kontrakce a součinitel ξ pro výpočet bočního zúžení u pilířů

Není-li zúžení průtočného profilu plynulé, plavné, nemohou proudová vlákna sledovat ostré záhyby zdiva (Obr. 6.7), setrvačností pokračují i v zúžené části v původním směru a tím nastává zúžení (kontrakce) paprsku. Při stěnách se vytvoří prostory vyplněné víry se svislou osou, takže průtokově účinná šířka bude $b_0 < b$.



V případech, kdy nastává kontrakce, dosazujeme do vzorců na výpočet průtočného množství místo šířky b účinnou šířku b_0 :

$$b_0 = b - 0,1 n \xi h_0; \quad (6.14)$$

kde n je počet zúžení (na Obr. 6.7 je počet zúžení $n = 2$), h_0 energetická přepadová výška, v_0 přítoková rychlost a ξ součinitel závislosti tvaru pilíře na boční zúžení podle Obr. 6.7.



Jezy obdélníkového a lichoběžníkového příčného průřezu

Jezy obdélníkového příčného průřezu (Obr. 6.8 a) mají přepadové součinitele m závislé na poměru tloušťky tělesa t k výšce přepadajícího paprsku (Tab. 6.3). Zaoblení vstupní hrany zvětšuje m zhruba o 5%. Při tloušťce tělesa $t < 0,67 h$ se jedná o ostrohranný přeliv a při tloušťce tělesa $t > 3 h$ nastává přechod k přepadu přes širokou korunu. Pro přepadové průtočné množství platí (6.11).

Tab. 6.3 Přepadové součinitele obdélníkového jezu

t / h	1:2	2:3	1	2	3
m	0,42	0,41	0,37	0,33	0,32
M	1,86	1,82	1,64	1,46	1,42



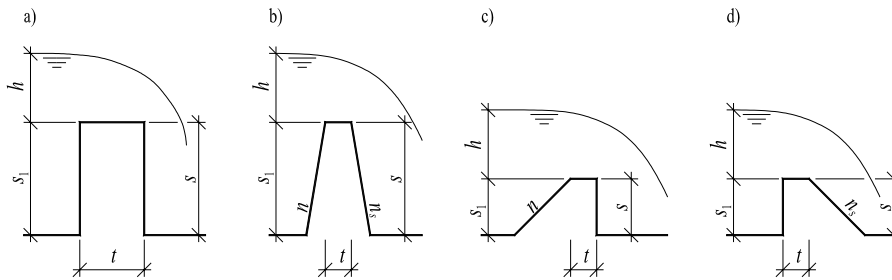
Tato tělesa jsou sice stavebně jednoduchá, ale hydraulicky nevýhodná (nízký přepadový součinitel). Dále prostor pod přepadajícím paprskem nebývá v praxi zavzdušněn (na rozdíl od měrných přelivů), voda z něho vysává vzduch a vzniká podtlak, který sice poněkud zvětšuje průtočnost, ale způsobuje jiné nepříznivé účinky (vysávání malty ze spár zdiva, korozi, pulsaci, vibraci, ...).

Lichoběžníkový průřez (Obr. 6.8 b až d) dobře vzdoruje zatížení, ale klade přepadající vodě velký odpor. Proto se dnes prakticky nenavrhuje, někdy je však nutné hydraulické posouzení starých konstrukcí. Součinitel přepadu m závisí na výšce jezu, sklonu stěn a na poměru $\frac{h}{t}$ (Tab. 6.4). Při zaoblení hran je možno u nízkých a středních typů jezů zvýšit m zhruba o 5%. Pro přepadové průtočné množství platí (6.11).

Tab. 6.4 Součinitel přepadu m pro jezy lichoběžníkového tvaru

typ jezu	sklon stěn	$h/t > 2$	$1 < h/t < 2$	$0,5 < h/t < 1$
vysoké jezy $s > 5\text{m}$	$n \leq 0,5$, $n_s \leq 0,5$	0,43 - 0,42	0,40 - 0,38	0,36 - 0,35
střední jezy $2 < s < 5\text{ m}$	se skloněnou návodní stěnou $n = 1$	0,44	0,42	0,40
	$n = 2$	0,43	0,41	0,39
	se skloněnou vzdušnou stěnou $n_s = 1$	0,42	0,40	0,38 - 0,37
	$n_s = 2$	0,40	0,38	0,36 - 0,35
nízké jezy $s < 2$	se skloněnou návodní stěnou $n = 3$	0,42	0,40	0,38
	$n = 5$	0,40	0,38	0,36
	$n = 10$	0,38	0,36	* * *
	se skloněnou vzdušnou stěnou $n_s = 3$	0,39	0,37	0,35
	$n_s = 5$	0,375	0,35	* * *
	$n_s = 10$	0,35	0,35	* * *

* * * - přechází v přepad přes širokou korunu



Obr. 6.8 Jezy s obdélníkovým a lichoběžníkovým příčným průřezem

Proudnicová přelivná plocha

Proudnicová přelivná plocha vznikne přizpůsobením tvaru přepadového tělesa tvaru spodního obrysu volného paprsku přepadu přes ostrou hranu. Rozhodující je vedení v oblasti koruny přelivu a blízko pod ní. **Proudnicové přelivné plochy mají poměrně vysoký součinitel přepadu m .**

Proudnicové plochy se člení (podle způsobu vedení paprsku a z toho vyplývajících tlaků) na přelivné plochy:

- tlakové (např. Smetanova);
- bezpodtlakové (např. Scimeniho);
- a podtlakové.

Některé typy pohyblivých jezů

Součinitel přepadu m pro vybrané typy pohyblivých jezů můžeme uvažovat hodnotou:

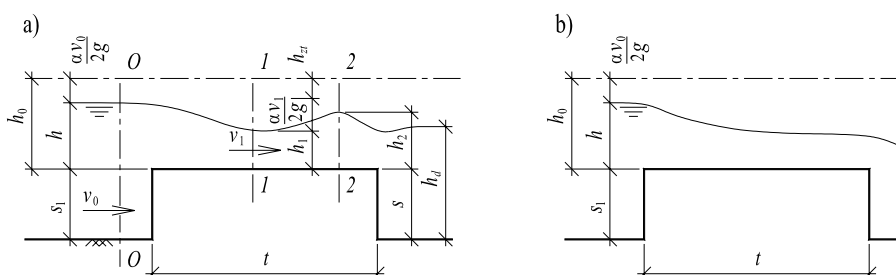
- ✗ **válcový jez** $m = 0,40$;
- ✗ **jezy klapkové** $m = 0,43 \sim 0,45$;
- ✗ **sektorové nebo hydrostatické jezy** $m = 0,32 \sim 0,48$ (podle výšky a plynulosti vedení paprsku).

To jsou však pouze hrubé údaje platné pro základní polohu jezů. V podstatě můžeme říci, že jde o různé typy přelivů. Od ostrohranného (např. při vztyčené klapce) až po případ, kdy je paprsek veden plochou konstrukce (např. při sklopené klapce). U sklopených hydrostatických jezů nastává i přepad přes širokou korunu. Často součinitel přepadu pohyblivých jezů určujeme podle obdobných typů přelivů pevných.

6.3 Přepad přes širokou korunu bez bočního zúžení

Přepadem přes širokou korunu nazýváme přepad přes široký práh s vodorovnou korunou, který vystupuje nad dno toku (Obr. 6.9). Tloušťka koruny t musí být taková, že proud přilne k vodorovné koruně a prochází s ní přibližně rovnoběžně. Podle pokusů to nastane přibližně při:

$$t \geq (2 \text{ až } 3) h \quad (6.15)$$



Obr. 6.9 Dokonalý přepad přes širokou korunu



Při dokonalém přepadu přes širokou korunu může mít proud buď tvar podle Obr. 6.9 b nebo se v průřezu "1" nad korunou sníží hladina - Obr. 6.9 a. Při výpočtu vyjdeme z Bernoulliho věty a propředákové množství platí:

$$Q = m b \sqrt{2g} h_0^{3/2}, \quad (6.16)$$

Průtok tedy závisí na výšce h_0 a na součiniteli m . Protože ztráta vzniká především při vstupu na práh, součinitel přepadu m závisí hlavně na tvaru tohoto vstupu, jak ukazuje Tab. 6.5. Pokud nebude nejužší místo paprsku zatopeno dolní vodou, nebude m závislé na průběhu hladiny za průřezem "1".

Vliv dolní vody, tj. **nedokonalý přepad přes širokou korunu** (Obr. 6.10) nastává tehdy, když hladina vody za přelivem přestoupí úroveň $h_2 = h_0 \varepsilon_2$ nad korunou, tj. jestliže platí:

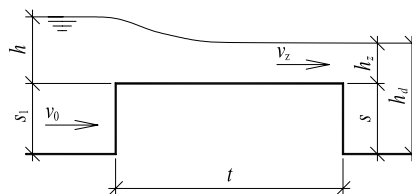
$$h_z = h_d - s > h_2 = \varepsilon_2 h_0, \quad (6.17)$$

kde ε_2 závisí na tvaru prahu (Tab. 6.5). Průtok obdélníkovým průřez šířky b bude při nedokonalém přepadu přes širokou korunu:

$$Q = \varphi b h_z \sqrt{2g(h_0 - h_z)}. \quad (6.18)$$

Tab. 6.5 Přepadové součinitele široké koruny

Tvar přepadového prahu	φ	m	M	ε_2
přepad bez ztrát (abstraktní případ)	1,000	0,385	1,70	0,670
vtoková část prahu dobře zaoblena, přítok k přepadu velmi plynule vytvořen	0,951	0,36	1,60	0,730
práh se zaoblenou vtokovou hranou	0,936	0,35	1,55	0,760
práh se zkosenou vtokovou hranou	0,912	0,33	1,46	0,790
práh s ostrohranným vtokem	0,900	0,32	1,42	0,805
práh s ostrohranným vtokem při nepříznivých poměrech (drsňý povrch)	0,881	0,30	1,33	0,830



Obr. 6.10 Nedokonalý přepad přes širokou korunu



Př. 6.1

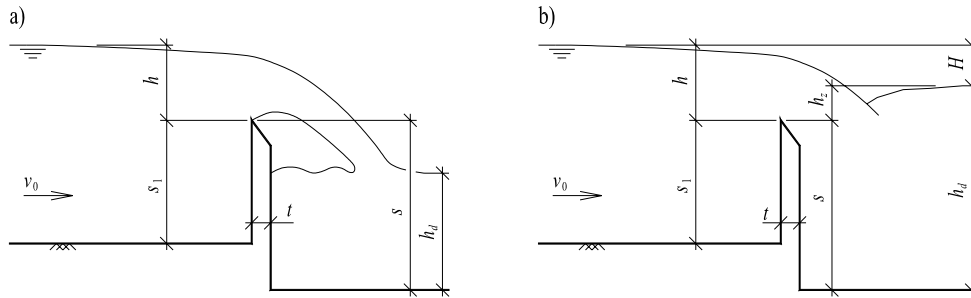
V obdélníkovém žlabu šířky $b = 1,8 \text{ m}$ přepadá voda přes Bazinův přeliv podle Obr. 6.11. Výška přepadového paprsku je $h = 0,6 \text{ m}$, tloušťka přelivné stěny je $t = 0,02 \text{ m}$, výška přelivu nade dnem přívodního koryta $s_1 = 0,8 \text{ m}$, výška přelivu nade dnem odpadního koryta $s = 1,1 \text{ m}$. Stanovte přepadové množství Q , pro případ, kdy:

- $h_{da} = 0,7 \text{ m}$;
- $h_{db} = 1,3 \text{ m}$.

$h = 0,60 \text{ m}$;
 $s_1 = 0,80 \text{ m}$;
 $s = 1,10 \text{ m}$;
 $b = 1,80 \text{ m}$;
 $g = 9,81 \text{ m/s}^2$;

a) $h_{da} = 0,70 \text{ m}$;
 $Q_a = ? \text{ m}^3/\text{s}$;

b) $h_{db} = 1,30 \text{ m}$;
 $H_b = 0,40 \text{ m}$;
 $h_{zb} = 0,20 \text{ m}$;
 $Q_b = ? \text{ m}^3/\text{s}$;



Obr. 6.11

Řešení:

1. jedná se o Bazinův přeliv (přeliv bez boční kontrakce);
2. a) jedná se o dokonalý přepad ($h_{da} < s$);
- b) může se jednat o nedokonalý přepad ($h_{db} > s$) - podmínky (6.4):

$$1) h_{db} = 1,30 \text{ m} > s = 1,10 \text{ m}; \quad \wedge$$

$$\wedge 2) \frac{H_b}{s} = 0,364 < \left(\frac{H}{s} \right)_* = 0,72 \quad \left| \text{pro } \frac{h}{s} = 0,545 \text{ - Tab. 6.1} \right.;$$

v případě b) se jedná o nedokonalý přepad, protože jsou splněny podmínky pro vznik nedokonalého přepadu;

3. meze platnosti pro součinitel přepadu jsou splněny:

$$0,1 \text{ m} < h = 0,5 \text{ m} < 1,24 \text{ m};$$

$$0,2 \text{ m} < b = 1,8 \text{ m} < 2,0 \text{ m};$$

$$0,2 \text{ m} < s_1 = 0,8 \text{ m} < 2,0 \text{ m};$$

součinitel přepadu podle Bazina (6.3) je:

$$m = \left(0,405 + \frac{0,003}{h} \right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h + s_1} \right)^2 \right];$$

$$m = \left(0,405 + \frac{0,003}{0,6} \right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{0,6}{0,6 + 0,8} \right)^2 \right] = 0,451;$$

4. a) jedná se o **dokonalý** přepad bez bočního zúžení, s vodorovnou svislou přelivnou plochou;
- b) jedná se o **nedokonalý** přepad bez bočního zúžení, s vodorovnou svislou přelivnou plochou a součinitel zatopení (6.6):

$$\sigma_{zb} = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{h_{zb}}{s} \right) \sqrt[3]{\frac{H_b}{h}} = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{0,20}{1,10} \right) \sqrt[3]{\frac{0,40}{0,60}};$$

$$\sigma_{zb} = 0,951;$$

5. a) přepadové množství se vypočítá podle rovnice (6.2):

$$Q_a = m b \sqrt{2g} h^{3/2} = 0,451 * 1,8 \sqrt{2 * 9,81} 0,6^{3/2} = 1,671 \text{ m}^3/\text{s};$$

- b) přepadové množství se vypočítá podle rovnice (6.5):

$$Q_b = \sigma_z m b \sqrt{2g} h^{3/2} = 0,951 * 0,468 * 1,5 \sqrt{2 * 9,81} 0,6^{3/2} = 1,589 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Přes přeliv přepadá v případě: a) - **dokonalý přepad:** $Q_a = 1,671 \text{ m}^3/\text{s}$;
 b) - **nedokonalý přepad:** $Q_b = 1,589 \text{ m}^3/\text{s}$.

Kontrolní otázky

- Jakých hodnot nabývá součinitel přepadu a na čem závisí?
- Co vyjadřuje součinitel zatopení?





7 Ustálené tlakové proudění vody v potrubí

Pohybem vody v tlakovém potrubí jsme se již částečně zabývali. Vysvětlili jsme pojmy tlakové čáry a čáry energie (Obr. 4.1). Nyní tyto poznatky rozšíříme o výpočet ztrát, které vznikají při pohybu vody v potrubí. Potrubím rozumíme zařízení, kterým se dopravují kapaliny. Potrubí rozdělujeme podle různých hledisek:

- × **podle materiálu**, z kterého je potrubí (ocelové, litinové, betonové, kameninové, skleněné, azbestocementové, plastové, z gumotextilií, ...);
- × **podle tvaru příčného průřezu** - kruhové, eliptické, podkovovité, vejcovité, obdélníkové, ...;
- × **podle konstrukčního hlediska**:
 - *jednoduché potrubí*, které dopravuje kapalinu jedinou trubní větví konstantního průměru;
 - *složené potrubí*, které má proměnný průměr nebo se rozvětвило, aby umožnilo dopravu na několik míst spotřeby (vodovodní potrubí) nebo se k němu naopak připojují další potrubí, které přivádí kapalinu od jiných zdrojů.
- × **podle hydraulického hlediska**:
 - *tlakové potrubí* (vodovodní potrubí, tlakové přivaděče, závlahové potrubí, ...);
 - *potrubí s volnou hladinou* (kanalizační stoky, drenážní potrubí, beztlakové přivaděče a odpady, ...), která se hydraulicky nikterak neliší od otevřených koryt, a proto i jejich výpočet bude stejný (Kap. 8).

V praxi používáme nejčastěji potrubí kruhového průřezu, protože je hydraulicky nejvýhodnější, dobře odolává vnitřnímu přetlaku a i po stránce výrobní je jednoduché. Proto se budeme zabývat hlavně potrubím s kruhovým průřezem, avšak úvahy lze aplikovat i na potrubí libovolného tvaru.

7.1 Hydraulické odpory



Určení ztrát energie při ustáleném pohybu kapaliny patří k základním otázkám hydrauliky. V podstatě rozeznáváme dva druhy těchto odporů (ztrát).

Ztráta třením vzniká v celé délce proudu třením mezi jednotlivými vrstvami vazké kapaliny a třením kapaliny o pevné stěny vedení proudu. **Ztráta třením je tedy úměrná délce proudu.**

Místní ztráty vznikají deformací rychlostního pole (rozložení vektoru bodové rychlosti ve vedení), tedy např. rozšířením nebo zúžením proudu. Při proudění kapaliny takovými místy vznikne hlavní proud, jehož vymezení od ostatní kapaliny bývá často nestabilní. Stykem se sousedními pomalejšími částicemi vzniká snadno vírová plocha. Vazkostí a deformací proudu se pohyb vzniklých vírů brzdí a část mechanické energie přechází v jinou. Tato disipace části mechanické energie je vlastní podstatou místních ztrát, ačkoliv zde samozřejmě přistupuje i tření.

Ztráty můžeme vyjádřit z Bernoulliho rovnice v proudu skutečné kapaliny (4.5), po úpravě pak:

$$h_z = \left(h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} \right). \quad (7.1)$$

Celkovou ztrátu h_z dostaneme složením jednotlivých ztrát, jež se provede sečtením. Bude tedy platit:

$$h_z = \sum h_t + \sum h_m, \quad (7.2)$$

kde $\sum h_t$ je součet všech ztrát třením na uvažovaném úseku a $\sum h_m$ součet všech ztrát místních. Velikost ztrát se určuje měřením, a to za ustáleného pohybu z (7.1) změřením rozdílů geodetických výšek ($h_2 - h_1$), tlakových (piezometrických) výšek $\left(\frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right)$ a rychlostních výšek $\left(\frac{\alpha v_1^2 - \alpha v_2^2}{2g}\right)$ na začátku a konci příslušného úseku.

Na vodorovném potrubí stálého průřezu bude ztrátová výška dána rozdílem tlakových výšek ($v_1 = v_2$ a $h_1 = h_2$):

$$h_z = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}. \quad (7.3)$$

Ztráta třením a místní ztráta se obvykle vyjadřují jako část rychlostní výšky ve tvaru:

$$h_z = \kappa \frac{v_1^2}{2g}, \quad (7.4)$$

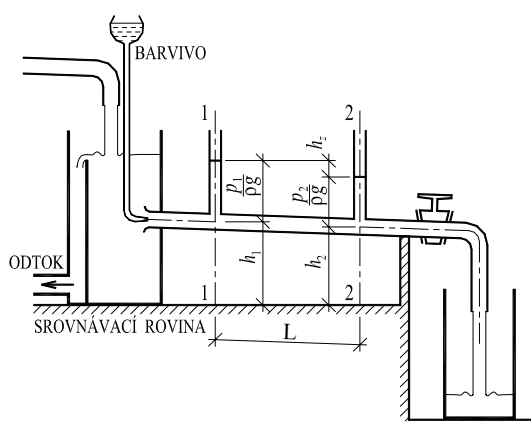
kde κ je součinitel příslušné ztráty.

7.2 Laminární a turbulentní proudění

Odpory při proudění vazkých tekutin jsou podstatně ovlivněny strukturou pohybu jednotlivých částic. Reynolds experimentálně prokázal, že existují dva režimy pohybu:

- ✖ **laminární** (neboli vrstevnaté, z lat. lamina = vrstva);
- ✖ **turbulentní** (čili vířinaté, z lat. turbulentus = nespořádaný).

Při laminárním režimu proudění jednotlivé částice procházejí v drahách souběžných a mezi sebou se nemísí. Turbulentní režim proudění se vyznačuje nepravidelnou pulsací složek rychlosti a tlaku kolem jejich střední hodnoty. Částice se navzájem mísí. To nám znázorňuje známý pokus provedený Reynoldsem v roce 1883 (Obr. 7.1), kdy Reynolds prováděl pokusy s rovnoměrným prouděním vody v potrubí.



Obr. 7.1 Reynoldsův pokus

Rozmezí mezi laminárním a turbulentním prouděním můžeme charakterizovat pomocí rychlosti v , průměrem trubice D a kinematickou viskozitou kapaliny ν , které vzájemně tvoří bezrozměrnou veličinu - Reynoldsovo kritérium:

$$Re = \frac{vD}{\nu}. \quad (7.5)$$



Průměr trubice D můžeme obecněji vyjádřit pomocí charakteristického délkového rozměru proudu. U otevřených koryt jako charakteristický rozměr proudu uvažujeme hydraulický poloměr R , který je definován jako podíl průtočné plochy a omočeného obvodu, pak:

$$\text{Re}_R = \frac{vR}{\nu}$$

Experimentálně bylo prokázáno, že laminární proudění je stabilní v kruhovém potrubí do hodnoty $\text{Re} \approx 2\,320$, v mezích $2\,320 \sim 13\,800$ je přechodná oblast a nad hodnotou $13\,800$ je proudění turbulentní. V otevřených korytech je laminární proudění stabilní do hodnoty $\text{Re}_R \approx 580$, v mezích $580 \sim 3\,450$ je přechodná oblast a turbulentní pohyb můžeme uvažovat při $\text{Re}_R > 3\,450$. Podmínky pro laminární pohyb jsou splněny za malých rychlostí v malých průtočných průřezích nebo u silně vazkých kapalin.

7.3 Ztráty třením



Výsledky měření ukazují, že hydraulický sklon i je u turbulentního proudění zhruba úměrný kvadrátu průřezové rychlosti. Zapišme tuto úměru ve tvaru:

$$v = C \sqrt{Ri}; \quad Q = Av = AC \sqrt{Ri}, \quad (7.6)$$

kde C je rychlostní součinitel, R hydraulický poloměr, který je definován jako poměr *průtočného průřezu* A a *omočeného obvodu* O :

$$R = \frac{A}{O}, \quad (7.7)$$

Omočeným obvodem O průtočného průřezu rozumíme délku styku kapaliny s tuhými stěnami. Rovnice (7.6) je základní rovnice, která udává závislost mezi rychlostí rovnoměrného proudění a hydraulickým sklonem i . Tato rovnice byla původně odvozena pro otevřená koryta Chézým v roce 1775 a nazývá se podle autora Chézyho rovnice. Úpravou (7.6) obdržíme rovnici Darcy-Weisbachovu:

$$i = \lambda \frac{1}{D} \frac{v^2}{2g}; \quad h_z = iL = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}, \quad (7.8)$$

kde λ je součinitel tření a D průměr potrubí. (7.8) je základní vztah pro výpočet ztráty třením v potrubí při rovnoměrném proudění vody. Vztah mezi λ a C udává následující vztah:

$$\frac{4}{C^2} = \frac{\lambda}{2g}, \quad (7.9)$$



Součinitel tření

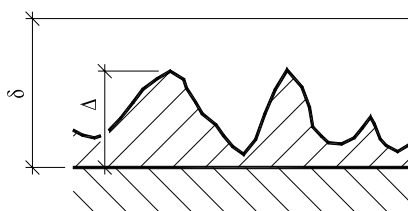
Součinitel tření (**odporový součinitel**) λ , závisí v podstatě na drsnosti potrubí, jeho průměru a hodnotě Reynoldsova kritéria (tedy na průřezové rychlosti, průměru potrubí a vazkosti kapaliny). Vyjdeme-li od nejmenších rychlostí, můžeme vymezit pro součinitele tření λ několik oblastí s různými zákonitostmi:

1. **laminární režim proudění**, kde λ závisí pouze na hodnotě Reynoldsova kritéria ($\lambda = f(\text{Re})$):

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}, \quad (7.10)$$

což je v logaritmické soustavě znázorněno přímkou;

2. **oblast přechodu** mezi koncem laminárního proudění a plně vyvinutým turbulentním prouděním;



Obr. 7.2 Drsnost stěn Δ a mezní vrstva δ u stěny potrubí

3. **turbulentní proudění**



hydraulicky hladké potrubí v turbulentním režimu, kde λ závisí jen ještě na hodnotě Reynoldsova kritéria $\lambda = f(\text{Re})$. Víry, které vznikají u výstupků v hydraulicky hladkých potrubích, zůstávají při stěně uvnitř mezní vrstvy a neodtrhávají se od ní a tím nezvětšují turbulenci proudění. Tyto víry proto nemají vliv na odpory v potrubí. Jedná se tedy o případ, kdy turbulentní proudění má mezní vrstvu několikanásobně tlustší (Obr. 7.2), než je výška výstupků stěn. Potrubí považujeme za hydraulicky hladké, pokud platí:

$$\delta > 5 \Delta, \text{ kde } \delta = \frac{11,8v}{\sqrt{g Ri}} = \frac{11,8\mu}{\rho\sqrt{g Ri}} = \frac{23,6v}{\sqrt{g Di}} = \frac{23,6\mu}{\rho\sqrt{g Di}}, \quad (7.11)$$

kde δ je tloušťka mezní vrstvy, Δ drsnost (Obr. 7.2), v kinematická viskozita, μ dynamická viskozita, g tíhové zrychlení, R hydraulický poloměr, D průměr potrubí, ρ hustota a i sklon čáry energie. Mezní vrstva se skládá z laminární podvrstvy a z přechodné oblasti. Tloušťka mezní vrstvy δ se se zmenšováním rychlosti zvětšuje. Výrazy pro určení součinitele tření λ jsou:

✦ podle Blasiusa:
$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}; \quad (7.12)$$

✦ podle Prandtlova-Kármánova výrazu:
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{\text{Re} \sqrt{\lambda}}{2,51}; \quad (7.13)$$

přechodná oblast ztrát třením v turbulentním režimu, kde na λ má vliv Re i relativní drsnost $\frac{\Delta}{D}$ - $\lambda = f(\text{Re}, \frac{\Delta}{D})$, kde D je průměr potrubí.



kvadratická oblast ztrát třením v turbulentním režimu s plně vyvinutým turbulentním pohybem u hydraulicky drsných potrubí (potrubí u kterých se neuplatní mezní vrstva) V této oblasti odpadá závislost λ na Re a součinitel tření λ závisí jen na relativní drsnosti $\lambda = f(\frac{\Delta}{D})$. Pro λ platí Nikuradsův vztah:



$$\lambda = \frac{0,25}{\left(\log \frac{3,7 D}{\Delta}\right)^2}. \quad (7.14)$$

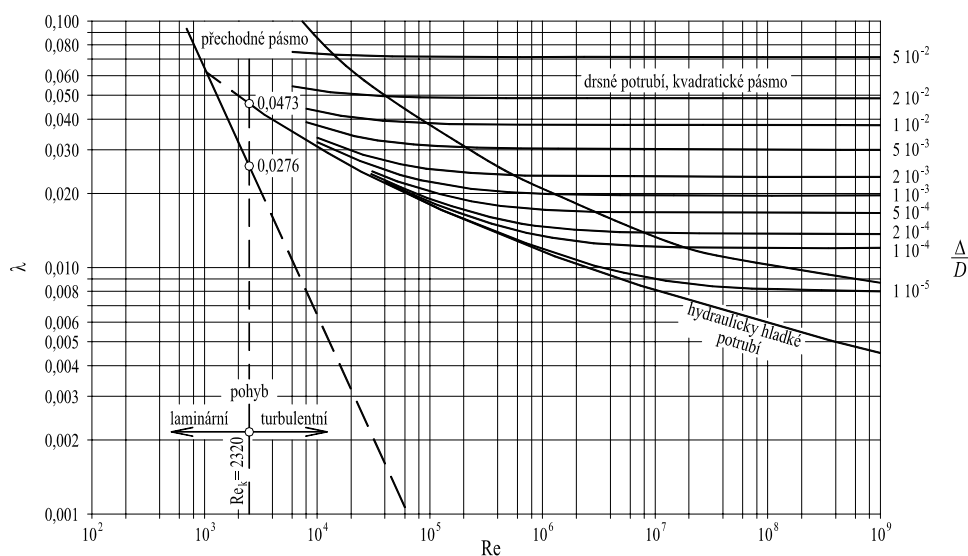
proudění je v kvadratické oblasti ztrát třením při $\text{Re} > \frac{191 D}{\sqrt{\lambda} \Delta}$.



V celé oblasti turbulentního proudění platí pro technická potrubí **Colebrook-Whiteova rovnice**:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3,7 D} \right), \quad (7.15)$$

kde Δ je absolutní drsnost stěn (Tab. 7.1) a Re hodnota Reynoldsova kritéria. Při velké hodnotě Re ($\text{Re} \rightarrow \infty$) přejde tento výraz v Nikuradseovu rovnici (7.14), zatímco při malých hodnotách Re bude první člen v závorce podstatně převyšovat druhou část, takže se výsledná hodnota přiblíží Prandtlovu-Kármánovu výrazu (7.13). Grafické znázornění Colebrook-Whiteovy rovnice představuje Moodyho diagram (Obr. 7.3), který umožňuje pro hodnoty Re a $\frac{\Delta}{D}$ určit velikost součinitele tření λ .



Obr. 7.3 Moodyho diagram pro určení součinitele tření λ v závislosti na hodnotě Reynoldsova kritéria a Re a relativní drsnosti $\frac{\Delta}{D}$

Tab. 7.1 Orientační hodnoty drsnosti stěn Δ pro potrubí

materiál potrubí a druh potrubí	stav potrubí	Δ [mm]
tažené ze skla, mědi mosazi, hliníku, plastických hmot	technicky hladké	až 0,0015
ocelové svařované, běžná jakost	nové	0,05 až 0,10
	vyčištěné po delším používání	0,15 až 0,20
	mírně zrezivěné, lehce inkrustované	až 0,40
	silně inkrustované	až 3
nýtované ocelové		1 až 5 (i 10)
litinové	uvnitř asfaltované	0,125
	nové	0,25 až 1,00
	zrezivělé	1,00 až 1,50
	inkrustované	1,50 až 3,00
galvanicky pokovené ocelové		0,15
dřevěné		0,20 až 1,00
betonové	hlazené	0,3 až 0,8
	drsné	1,0 až 3,0
azbestocementové (eternitové)		0,10



Rychlostní součinitel C

V Odst. 7.3 jsme poznali, že k výpočtu rovnoměrného proudění v potrubí můžeme také použít Chézyho rovnici (7.6). Rychlostní součinitel charakterizuje vliv drsnosti stěn potrubí nebo koryta, tvar průtočného průřezu a výjimečně i sklon. Pro výpočet rychlostního součinitele C byla odvozena řada empirických výrazů. Uvádíme pouze výpočet podle Pavlovského a Manninga:

$$\ast \text{ podle Pavlovského: } C = \frac{1}{n} R^y, \quad y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0,1); \quad (7.16)$$

$$\ast \text{ dle Manninga: } C = \frac{1}{n} R^{1/6}; \quad (7.17)$$

kde n je **drsnostní součinitel** (Tab. 7.2) a R je hydraulický poloměr (7.7). Manningův výraz je vlastně zvláštním případem vzorce Pavlovského ($y \approx 1/6$).

Ztrátu můžeme vyjádřit z výrazu (7.6):

$$h_z = \frac{1}{K^2} L Q^2 = A L Q^2; \quad K = A C \sqrt{R}; \quad A = \frac{1}{K^2}, \quad (7.18)$$

kde K je modul průtoku a A ztrátový modul (Tab. 7.3). Modul průtoku (průtoková charakteristika) je vlastně průtok při jednotkovém hydraulickém sklonu $i = 1$.

Tab. 7.2 Drsnostní součinitel n pro potrubí

Druh omočeného obvodu	n
úplně hladké povrchy (smaltované, glazurované, sklo, měď, mosaz, olovo)	0,009
dobře ohoblované desky, dobrá cementová omítka, novodur, PVC, gumové hadice	0,010
nové keramické, litinové a kovové potrubí (dobře uložené a spojené)	0,011
vodovodní potrubí (normální stav, bez zřejmé inkrustace), čisté stokové potrubí	0,012
běžné stokové potrubí, málo znečištěné vodovodní potrubí	0,013
znečištěné vodovodní a stokové potrubí	0,014
velmi znečištěné stoky	0,015

Tab. 7.3 Hodnoty ztrátového modulu A [s^2/m^6] pro výpočet kruhového litinového potrubí ($n = 0,012$)

průměr D [mm]	50	80	100	125	150	200	250
A (dle Manninga)	12874	1049,7	319,32	97,133	36,7340	7,92006	2,40921
A (dle Pavlovského)	10469	871,33	267,65	82,215	31,3413	6,84326	2,10225
průměr D [mm]	300	350	400	500	600	800	1000
A (dle Manninga)	0,9111	0,40043	0,19644	0,05976	0,02260	0,00487	0,00148
A (dle Pavlovského)	0,8014	0,35467	0,17504	0,05378	0,02051	0,00448	0,00137

Dále můžeme vyjádřit součinitel tření λ jako funkci rychlostního součinitele C podle (7.9):

$$\lambda = \frac{8g}{C^2}. \quad (7.19)$$

V tomto vztahu je zanedbaný vliv součinitele λ na rychlosti, což je přípustné pouze jen při větších rychlostech v potrubí. V Tab. 6.4 je uveden součinitel tření λ pro starší vodovodní potrubí, jehož stupeň drsnosti $n = 0,012$.



Tab. 7.4 Součinitel tření λ pro vodovodní potrubí ($n = 0,012$)

průměr D [mm]	50	80	100	125	150	200	250
λ (dle Manninga)	0,049	0,042	0,039	0,036	0,034	0,031	0,028
λ (dle Pavlovského)	0,040	0,035	0,032	0,030	0,029	0,026	0,025
průměr D [mm]	300	350	400	500	600	800	1000
λ (dle Manninga)	0,027	0,025	0,024	0,023	0,021	0,019	0,018
λ (dle Pavlovského)	0,024	0,023	0,022	0,020	0,019	0,018	0,017



Empirické výrazy pro výpočet součinitele tření λ

Pro výpočet součinitele tření λ lze použít některých empirických vztahů, které byly většinou odvozeny z měření v kvadratickém pásmu odporů. Použití těchto vztahů je však možné použít pouze v podmínkách, pro které byly odvozeny.



✱ **Ševeljev** prováděl pokusy s potrubím až do $D = 1400$ mm a do $Re = 10^6$. Pro vodovodní potrubí (teplota vody $t = 12^\circ$ C) podle Ševeljeva platí:

- *nové ocelové potrubí:*

$$v < 3,0 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0159}{D^{0,226}} \left(1 + \frac{0,652}{v} \right)^{0,226}; \quad (7.20)$$

$$v > 3,0 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0164}{D^{0,226}}; \quad (7.21)$$

- *nové litinové potrubí:*

$$v < 3,4 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0144}{D^{0,284}} \left(1 + \frac{2,25}{v} \right)^{0,284}; \quad (7.22)$$

$$v > 3,4 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0164}{D^{0,284}}. \quad (7.23)$$

- *staré ocelové a staré litinové potrubí:*

$$v < 1,15 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0179}{D^{0,3}} \left(1 + \frac{0,827}{v} \right)^{0,3}; \quad (7.24)$$

$$v > 1,15 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0210}{D^{0,3}}. \quad (7.25)$$

7.4 Místní ztráty



Místní ztráty vznikají všude tam, kde dochází k deformaci rychlostního pole, a to:

- změnou směru proudění;
- vytvářením úplavu a vírových oblastí při nedokonalém obtékání překážek v proudu kapaliny;
- rozšířením a zúžením proudu;
- dělením a spojováním proudu;
- jinými rušivými zásahy.

Jinými slovy tyto ztráty vzniknou například:

- při změně průřezu potrubí;
- při změně směru (oblouky, kolena);
- při sloučení nebo oddělení proudu (T-kusy, odbočky na potrubí);
- na armaturách (šoupátka, klapky, ventily), atd.

Ztráty místní vyjadřujeme podle Weisbacha ve tvaru násobku rychlostní výšky:

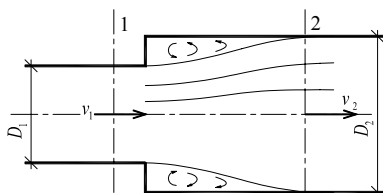
$$h_m = \xi \frac{v^2}{2g}, \quad (7.26)$$

kde v je průřezová rychlost v místě singularity a ξ součinitel místní ztráty (např. součinitel ztráty rozšířením průřezu, spojením proudů, kolenem, šoupětem, vtokem, ...), který je závislý na tvaru singularity (geometrickém uspořádání odporu), na drsnosti stěn, na rychlostním poli, na hodnotě Reynoldsova kritéria Re , atd. Vliv hodnoty Reynoldsova kritéria Re se projevuje hlavně při malých hodnotách tohoto kritéria, kdežto v kvadratické oblasti je $\xi_{kv} = \text{konst.}$

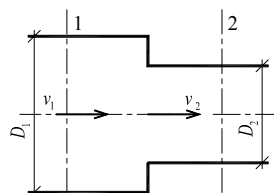
Náhlé rozšíření průřezu potrubí - Bordova ztráta

Ztráta vzniká při napojení potrubí o větším průměru D_2 na potrubí s menším průměrem D_1 v jednom místě (Obr. 7.4). Ztráta náhlým rozšířením průřezu je dána rychlostní výškou rozdílu rychlostí v obou průřezech. Výraz odvodil Borda roku 1766. Odporový součinitel ξ_{r2} (vztahený k rychlosti v průřezu "2") má tvar:

$$\xi_{r2} = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2 = \left(\frac{D_2^2}{D_1^2} - 1 \right)^2; \quad h_{mr} = \xi_{r2} \frac{v_2^2}{2g}.$$



Obr. 7.4 Náhlé rozšíření



Obr. 7.5 Náhlé zúžení

Náhlé zúžení průřezu

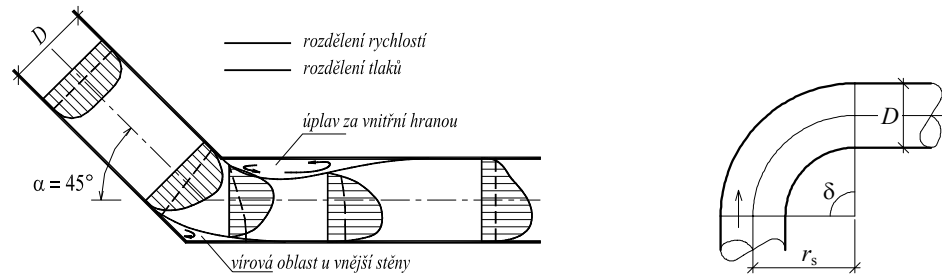
Ztráty při náhlém zúžení (Obr. 7.5) jsou pro $n = \frac{A_2}{A_1} < 0,4$ menší než při náhlém rozšíření. Součinitel ztráty náhlým zúžením průřezu ξ_{z2} je dána vztahem:

$$\xi_{z2} = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2, \quad \varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - n}, \quad h_{mz} = \xi_{z2} \frac{v_2^2}{2g}.$$

Ztráta v kolenech

Změna směru v potrubí se provádí **koleny** (Obr. 7.6), která mohou být oblouková nebo ostrá (zlom směru). Zakřivení proudnic přitom vyvolá odstředivé síly, které způsobují, že se ve směru od středu křivosti zvětšuje tlak, což se projeví zmenšením rychlostí. Bude tedy zpravidla na vnitřní straně kolena největší rychlost, na vnější straně pak nejmenší (Obr. 7.6) - i když je dosti rozšířen opačný názor. Při přechodu z přímé trati se tedy pohyb na vnitřní straně až do vrcholu oblouku zrychluje, na vnější zpomaluje. Při výstupu z kolena je to naopak. Za vrcholem kolena na vnitřní straně při poklesu rychlosti vzroste tlak, a proto se proud odtrhne od stěny. Tím vznikne vírová oblast, kterou je možné zmenšit nebo vyloučit vhodným zaoblením. Na vnější straně se pohyb zpožďuje na delší dráze, a tedy plynuleji, a nadto je zde proud veden vnější stěnou, takže nebezpečí odtržení proudu (před vrcholem kolena) je mnohem menší. U **obloukových kolen** závisí ztráta na poloměru zakřivení r_s a na středovém úhlu δ (Tab. 7.5):

$$\xi_s = \xi_{s90} \frac{\delta^\circ}{90^\circ}; \quad h_{ms} = \xi_s \frac{v^2}{2g}.$$



Obr. 7.6 Průběh rychlostí a tlaků v ostrém koleně **Obr. 7.7** Kolenko obloukové

Tab. 7.5 Součinitel ztráty pravouhlejím kolenem ξ_{sh90} pro hladká a ξ_{sd90} pro drsná potrubí

r_s/D	0,8	1,0	1,5	2,0	4,0	6,0	10	20	50
$\xi_{sh90} (\Delta/D < 0,001)$	0,37	0,21	0,17	0,15	0,11	0,09	0,07	0,05	0,03
$\xi_{sd90} (\Delta/D > 0,001)$	0,74	0,42	0,34	0,30	0,22	0,18	0,14	0,10	0,06

7.5 Hydraulicky krátká potrubí



Hydraulicky krátké potrubí je takové potrubí, u něhož místní ztráty h_m nejsou zanedbatelné vůči ztrátám třením h_t . Celková ztráta h_z se počítá podle vztahu:

$$h_z = h_t + h_m = \left(\lambda \frac{L}{D} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2g} \quad (7.27)$$

kde λ je součinitel tření, L délka úseku potrubí, D průměr potrubí, ξ součinitel místní ztráty, v průřezová rychlost, g tíhové zrychlení.

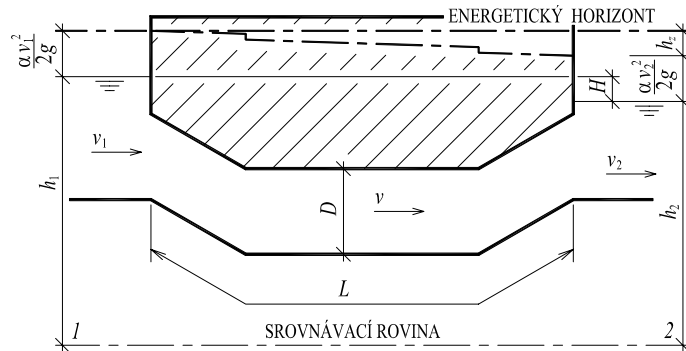
Hranice mezi potrubím hydraulicky krátkým a dlouhým není otázkou geometrickou, nýbrž hydraulickou. Je nutné posoudit, zda je ztráta místní zanedbatelná vůči ztrátě třením. Typickými příklady krátkého potrubí jsou shybky, potrubí čerpadel, násosky, atd.



Shybka

Otevřené vodní toky (náhony, potoky, kanály, ...) vedeme pod místními překážkami (komunikace, jiný vodní tok, ...) krátkými úseky tlakových potrubí - shybkami (Obr. 7.8). Vtok shybky navrhujeme rozšířený nebo zaoblený. Umístíme jej tak hluboko pod hladinu, aby se netvořil vtokový vír a aby do shybky nevnikal vzduch. Před vtokem se obvykle umístí hrubé česle a lapák splavenin.

Aby shybkou protekl určitý průtok, musí hladina před objektem zaujmout vyšší polohu, než hladina za objektem. Před shybkou dochází většinou ke změně beztlakového proudění na tlakové a za shybkou k opačné změně.



Obr. 7.8 Shybka

Vzdutí způsobené shybkou můžeme zapsat ve tvaru:

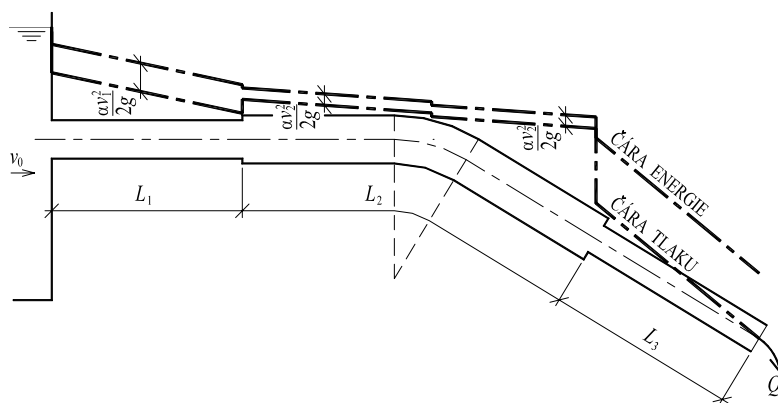
$$H = \frac{\alpha(v_2^2 - v_1^2)}{2g} + \left(\lambda \frac{L}{D} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2g}, \quad (7.28)$$

kde α je Coriolisovo číslo, v_1 rychlost v přítokovém kanálu, v_2 rychlost v odpadním kanálu, λ je součinitel tření, L délka shybky, D průměr shybky, ξ součinitel místní ztráty ve shybce, v průřezová rychlost ve shybce a g tíhové zrychlení. Shybka se navrhuje tak, aby průřezová rychlost ve shybce byla při návrhovém průtoku $v \approx 1$ až 3 m/s.

Hydraulicky krátká složená potrubí

Často se vyskytují hydraulické okruhy (např. Obr. 7.9), ve kterých se okruh skládá z různých potrubí, je vybavený armaturami, tvarovými kusy, atd. V n -tém profilu je neznámá rychlost v_n :

$$v_n = \sqrt{\frac{2g \left(h_0 - h_n + \frac{p_0 - p_n}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)}{\alpha + \sum_{i=1}^n \left(\lambda_i \frac{L_i}{D_i} + \sum \xi_i \right) \frac{A_n^2}{A_i^2}}}. \quad (7.29)$$



Obr. 7.9 Složené potrubí

7.6 Hydraulicky dlouhé potrubí a potrubí s odběrem po délce

Hydraulicky dlouhým potrubím se rozumí potrubí, u kterého převažují ztráty po délce, a z tohoto důvodu lze místní ztráty zanedbat. Ztráty třením po délce jsou závislé na průtoku Q a jemu odpovídající hodnotě rychlosti. Ztráty třením můžeme stanovit např. podle (7.18).

Pro případ, kdy na potrubí konstantního průřezu jsou po jeho délce napojeni jednotliví odběratelé, jsou ztráty a hydraulický sklon závislé od průtoku, který se po délce potrubí mění. **Při rovnoměrném odběru q po délce úseku L_i se ztráty stanoví z tzv. výpočtového průtoku**, který je roven:

$$Q_i = Q_c + 0,55 Q_0, \quad (7.30)$$

kde Q_c je tranzitní průtok;

$Q_0 = q L_i$, kde q [m^2/s] je rovnoměrný odběr na metr potrubí.

**Př. 7.1**

Vypočítejte ztrátu třením na délce $L = 1000$ m běžného litinového potrubí ($n = 0,013$, $\Delta = 0,002$ m) o průměru $D = 250$ mm, kterým protéká průtok $Q = 60$ l/s vody (teplota vody $t = 20^\circ\text{C}$).

$$L = 1000 \text{ m}; \quad v = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,06}{\pi \cdot 0,25^2} = 1,222 \text{ m/s};$$

$$D = 0,25 \text{ m};$$

$$Q = 0,060 \text{ m}^3/\text{s}; \quad \text{Re} = \frac{vD}{\nu} = \frac{1,222 \cdot 0,25}{1,0105 \cdot 10^{-6}} = 302\,326 \text{ (vyvinuté turb. proud.)};$$

$$\nu = 1,0105 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$

$$n = 0,013; \quad R = \frac{\frac{1}{4} \pi D^2}{\pi D} = \frac{D}{4} = \frac{0,25}{4} = 0,0625 \text{ m};$$

$$\Delta = 0,002 \text{ m};$$

Řešení:

× dle Manninga (7.17) a (7.19):

$$\lambda = \frac{8g}{C^2} = \frac{4^{1/3} \cdot 8g n^2}{D^{1/3}} = 124,58 \frac{n^2}{D^{1/3}} = 124,58 \frac{0,013^2}{0,25^{1/3}} = 0,0334;$$

$$h_t = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,0334 \frac{1000}{0,25} \frac{1,222^2}{2g} = 10,17 \text{ m};$$

× dle Pavlovského (7.16) a (7.19):

$$\lambda = \frac{8g}{C^2} = \frac{4^{2y} \cdot 8g n^2}{D^{2y}} = 0,0309;$$

$$y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0,1) = 0,1524;$$

$$h_t = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,0309 \frac{1000}{0,25} \frac{1,222^2}{2g} = 9,41 \text{ m};$$

× dle Ševeljeva (7.25):

$$\lambda = \frac{0,0210}{D^{0,3}} = \frac{0,0210}{0,25^{0,3}} = 0,0318;$$

$$h_t = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,0318 \frac{1000}{0,25} \frac{1,222^2}{2g} = 9,68 \text{ m};$$

× Colebrook-Whiteova rovnice (7.15):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3,7D} \right) \Rightarrow \lambda = 0,0354;$$

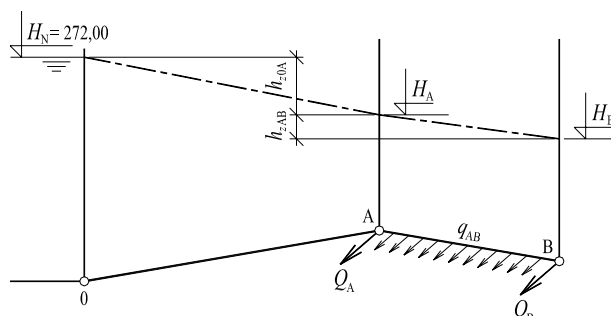
$$h_t = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,0354 \frac{1000}{0,25} \frac{1,222^2}{2g} = 10,78 \text{ m}.$$

Ztráty třením na délce potrubí $L = 1000$ m jsou podle jednotlivých autorů v rozmezí od 9,41 ~ 10,78 m.

**Př. 7.2**

Vypočítejte ztráty v jednotlivých úsecích potrubí (Obr. 7.10) podle Manninga, odebrá-li se z potrubí v jednotlivých uzlech $Q_A = 30$ l/s, $Q_B = 10$ l/s a na úseku AB je rovnoměrný odběr $q_{AB} = 0,0001$ m³/s. Protože se jedná o potrubí hydraulicky dlouhé, místní ztráty se zanedbávají.

$$\begin{array}{lll} L_{0A} = 500 \text{ m}; & D_{0A} = 300 \text{ mm}; & A_{0A} = 0,9111 \text{ m}^2; \\ L_{AB} = 450 \text{ m}; & D_{AB} = 200 \text{ mm}; & A_{AB} = 7,920068 \text{ m}^2; \\ Q_A = 0,030 \text{ m}^3/\text{s}; & Q_B = 0,010 \text{ m}^3/\text{s}; & q_{AB} = 0,0001 \text{ m}^3/\text{s}; \\ H_N = 285,00 \text{ m n.m.}; & & \end{array}$$



Obr. 7.10 Tlaková čára u hydraulicky dlouhého potrubí

průtok na úseku 0A: $Q_{0A} = Q_A + q_{AB} L_{AB} + Q_B;$
 $Q_{0A} = 0,085 \text{ m}^3/\text{s};$

průtok na úseku AB: $Q_{AB} = 0,55 q_{AB} L_{AB} + Q_B;$
 $Q_{AB} = 0,0348 \text{ m}^3/\text{s};$

ztráta na úseku 0A – (6.29): $h_{z0A} = L_{0A} A_{0A} Q_{0A}^2;$
 $h_{z0A} = 3,29 \text{ m}; \quad H_A = H_N - h_{z0A} = 281,71 \text{ m n.m.};$

ztráta na úseku AB – (6.29): $h_{zAB} = L_{AB} A_{AB} Q_{AB}^2;$
 $h_{zAB} = 4,32 \text{ m}; \quad H_B = H_A - h_{zAB} = 277,39 \text{ m n.m.}$

Ztráty mechanické energie podle Manninga jsou na jednotlivých úsecích $h_{z0A} = 3,29 \text{ m}$ a $h_{zAB} = 4,32 \text{ m}$ kóty tlakové čáry v bodě A - $H_A = 281,71 \text{ m n.m.}$ a v bodě B - $H_B = 277,39 \text{ m n.m.}$

Kontrolní otázka

- Jaký je rozdíl mezi hydraulicky krátkým a hydraulicky dlouhým potrubím?

8 Rovnoměrné proudění vody v otevřených korytech

Podle definice uvedené v Kap. 4 je rovnoměrný pohyb zvláštním případem ustáleného pohybu $Q(x,t) = Q = \text{konst.}$ V otevřených korytech, kde část omočeného obvodu O je volná hladina na styku se vzduchem, může rovnoměrné proudění vzniknout pouze v případě koryta:

- × **pravidelného** (stejného) **tvaru průtočného profilu** ve všech profilech na zvoleném úseku (koryto nemění svůj tvar),
- × a **konstantního sklonu dna** i_0 .

Pokud konstantní průtok Q protéká rovnoměrně konstantní průtočnou plochou A s konstantní průřezovou rychlostí v a konstantní hloubkou h , potom je podélný sklon koryta i_0 stejný se sklonem hladiny i_h a stejný se sklonem čáry energie i (Obr. 8.1):

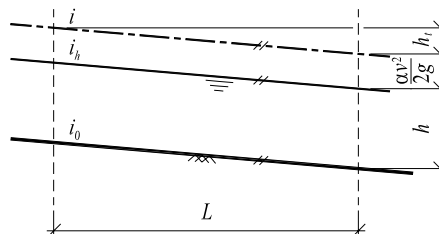
$$i_0 = i_h = i .$$

Rovnoměrné proudění se vyskytuje pouze v umělých kanálech s neproměnným korytem. U přirozených toků se každá změna šířky koryta, sklonu dna nebo každá překážka projeví na průběhu hladiny, a tedy i na změně průtočné plochy a sklonu čáry energie - jedná se o **nerovnoměrné proudění**.



K tomu ještě přistupuje časová nestálost koryta - vymílání dna i břehů a usazování materiálu, který je vodou přenášen.

Při řešení úloh proudění vody v otevřených korytech předpokládáme, že tlak ve vodě se mění podle pravidel hydrostatiky a že sklony dna jsou tak malé, že lze nahradit délku proudu průmětem do vodorovné roviny a průřezy nahradit svislými řezy.



Obr. 8.1 Rovnoměrné proudění

8.1 Výpočet průřezové rychlosti



Výpočet průřezové rychlosti v pro rovnoměrné ustálené proudění se stanoví z Chézyho rovnice (7.6):

$$v = C \sqrt{R i}; \quad R = \frac{A}{O}; \quad Q = A C \sqrt{R i}, \quad (8.1)$$

kde C je **rychlostní součinitel**, R **hydraulický poloměr**, i **sklon čáry energie**, A **průtočná plocha** a O **omočený obvod**, který je v průtočném průřezu délkou styku kapaliny s pevnými stěnami (vedením proudu bez volné hladiny). Je třeba si uvědomit, že tření působí hlavně na stěnách koryta, kdežto tření vody o vzduch v hladině je nepatrné. Proto se na rozdíl od tlakového proudění do omočeného obvodu O nepočítá volná hladina. Proti tlakovým potrubím, u nichž je průtočná plocha dána a pro všechny průtoky neproměnná, je v otevřených korytech poloha hladiny a tím i průtočná plocha závislá na průtoku.

Rychlostní součinitel C není konstantní. Závisí hlavně na tvaru průtočného průřezu, drsnosti stěn a výjimečně i na sklonu. Výzkum předložil velký počet vzorců pro určení C , které jsou většinou empirické a získané z vyhodnocení měření v přírodě a na modelech. Pro stručnost uvádíme výpočet C pouze podle Pavlovského, Manninga a Stricklera, které se v našich podmínkách nejčastěji používají.



Rychlostní vzorec Pavlovského

Zpracováním výsledků velkého množství vlastních i cizích měření rychlostí na řekách, náhonech, potrubí, atd. dospěl Pavlovskij ke vztahu:

$$C = \frac{1}{n} R^y, \quad y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0,1) \quad (8.2)$$

kde n je **drsnostní součinitel** (Tab. 7.2, Tab.8.1) a R hydraulický poloměr.



Rychlostní vzorec Manningův

Exponent y ve vzorci Pavlovského v nejčastějších případech praxe nekolísá v příliš širokých mezích. Vezmeme-li střední hodnotu $y = 1/6$, obdržíme vzorec Manningův:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}, \quad (8.3)$$

kde n je drsnostní součinitel a R hydraulický poloměr.

Obr. 8.1 Drsnostní součinitel n

Popis koryta	n
výjimečně hladké stěny, smaltované povrchy	0,009
čistě ohoblovaná prkna, dobrá omítka z čistého cementu	0,010
dobrá cementová omítka, hoblovaná prkna, litinové a ocelové trouby dobře spojované	0,011
nehoblovaná prkna, vodovodní trouby v běžných podmínkách - bez inkrustací, čisté stokové trouby	0,012
kvádrové zdivo, dobře provedené cihelné zdivo, stokové trouby v běžných podmínkách, trochu zanesené trouby vodovodní, hladký beton	0,013
znečištěné trouby vodovodní i stokové, obetonování kanálů běžného provedení	0,014
obyčejné cihelné zdivo, obložení z přitesaného kamene	0,015
dobré lomové zdivo, staré cihelné zdivo, poměrně hrubé obetonování, výjimečně hladká skála	0,017
obyčejné lomové zdivo, kamenná dlažba, kanály poměrně hladce vyrubané ve skále, kanály v uhlém štěrku nebo v uhlé zemině ve velmi dobrém stavu	0,020
kanály v hutné zemině nebo v uhlém štěrku, velké zemní kanály velmi dobře udržované	0,023
dobré zdivo na sucho, velké zemní kanály při průměrné údržbě, malé zemní kanály při dobré údržbě, řeky v nejlepším stavu (volně přímé koryto bez překážek proudu, bez nánosů a výmolů)	0,025
velké zemní kanály s podprůměrnou údržbou, malé zemní kanály průměrně udržované	0,028
zemní kanály v poměrně špatném stavu (místa zarostlé koryto, nánosy na dně), řeky v dobrých podmínkách	0,030
kanály ve špatném stavu (s nepravidelným průřezem, místa zarostlé nebo zanesené kameny), řeky v poměrně dobrých podmínkách, ale proud je ovlivněn částečně kamením nebo rostlinami	0,035
kanály ve výjimečně špatném stavu (výmoly i nánosy, koryto zarostlé kořeny, zanesené hrubými kameny), řeky s horšími podmínkami průtoku (v korytě je větší množství kamenů a rostlin nebo meandruje a má malý počet mělčin a výmolů)	0,040
horské bystřiny	0,080

Rychlostní vzorec Stricklerův

Strickler doplnil Manningův vzorec předpokladem, že stupeň drsnosti musí být závislý na zrnitosti materiálu koryta. Proto obměnil Chézyho rovnici na tvar:

$$v = k_s R^{2/3} i^{1/2}, \quad k_s = \frac{21,1}{\sqrt[6]{d_s}}, \quad (8.4)$$

kde d_s je možné uvažovat jako 55% hodnota zrna z křivky zrnitosti krycí vrstvy v korytě.

8.2 Hydraulický výpočet rovnoměrného proudění v otevřených korytech

V podstatě se vyskytují následující typy úloh:

- *určení průtoku Q pro dané rozměry koryta a podélný sklon dna koryta $i_0 = i$:*

$$Q = v A = A C \sqrt{R i} = K \sqrt{i}, \quad (8.5)$$

kde A je průtočná plocha a K modul průtoku;

určení podélného sklonu dna koryta $i_0 = i$ pro zadané Q a dané rozměry koryta:

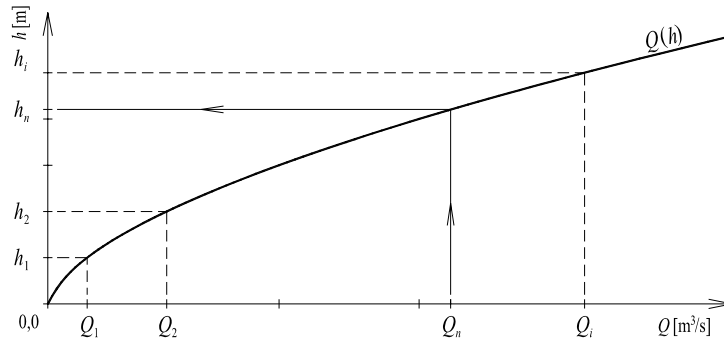
$$i = \frac{Q^2}{A^2 C^2 R} = \frac{v^2}{C^2 R}; \quad (8.6)$$



- *určení hloubky vody pro zadané Q a dané rozměry koryta. Jedná se o opačnou úlohu k první úloze. Jedná se o poněkud složitější úlohu, protože hledanou hloubku h obvykle nelze vyjádřit explicitně. Postup spočívá ve výpočtu měrné křivky koryta (průtoky) - Obr. 7.2. Měrná křivka udává závislost průtoku Q na hloubce h . Zvolí se několik (ekvidistantních) poloh hladiny s hloubkami h_1, h_2, \dots, h_i v daném profilu, spočítají se jim příslušné průtoky Q_1, Q_2, \dots, Q_i a vynese se závislost $Q(h)$ (Obr 8.2). Ze závislosti $Q(h)$ se pro zadaný průtok Q_n odečte hledaná hloubka h_n a provede se kontrola výpočtu Q_n ;*



- *určení některého z parametrů koryta (šířky dna koryta, sklonu svahů, atd.) pro zadanou hloubku h , průtok Q a podélný sklon dna koryta $i_0 = i$.*



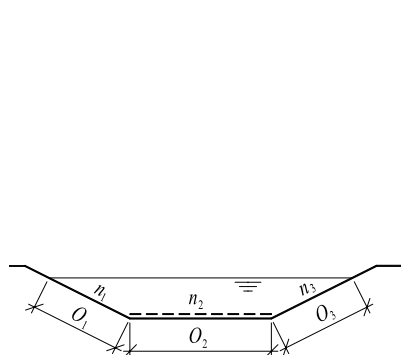
Obr. 8.2 Určení hloubky h_n ze zadaného průtoku Q_n pomocí měrné křivky

8.3 Profily o různých drsnostech jednotlivých částí

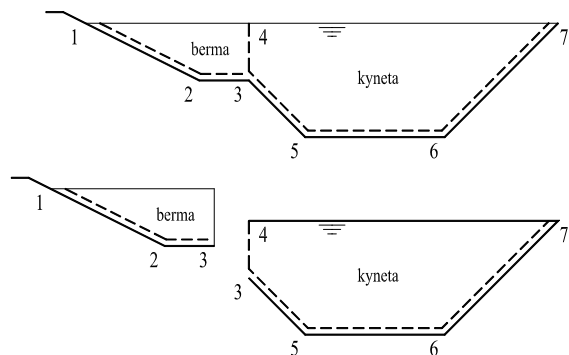


Je-li omočený obvod koryta složen z několika částí s různými drsnostmi (např. Obr. 8.3), lze výsledný drsnostní součinitel n určit jako vážený průměr. Např. má-li část omočeného obvodu O_1 drsnostní součinitel n_1 a analogicky O_2 a O_3 drsnostní součinitele n_2 a n_3 (Obr. 8.3), je výsledný drsnostní součinitel dán váženým průměrem:

$$n = \frac{n_1 O_1 + n_2 O_2 + n_3 O_3}{O_1 + O_2 + O_3} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i O_i}{\sum_{i=1}^k O_i} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i O_i}{O} \quad (8.7)$$



Obr. 8.3 Profily o různých drsnostech



Obr. 8.4 Složený průtočný profil

8.4 Složené profily

V upravených i v přirozených říčních tratích se často vyskytují profily na způsob Obr. 8.4, složené z částí hlubších a mělčích. V těchto vzájemně velmi odlišných částech protéká voda různými rychlostmi, a proto při výpočtu dělíme profil na části - na hlubší kynetu a mělčí bermu. Průtoky v těchto částech počítáme samostatně, čímž dostáváme výsledky, které se lépe shodují se skutečností:

$$Q = Q_{\text{kyneta}} + Q_{\text{berma}} \quad (8.8)$$

Na hranicích obou částí vznikají následkem velkého rozdílu rychlostí v jednotlivých částech koryta víry se svislou osou, které pohyb brzdí. Je proto zvykem počítat délku hraniční svislice $\bar{43}$ do omočeného obvodu kynety (Obr. 8.4), tedy:

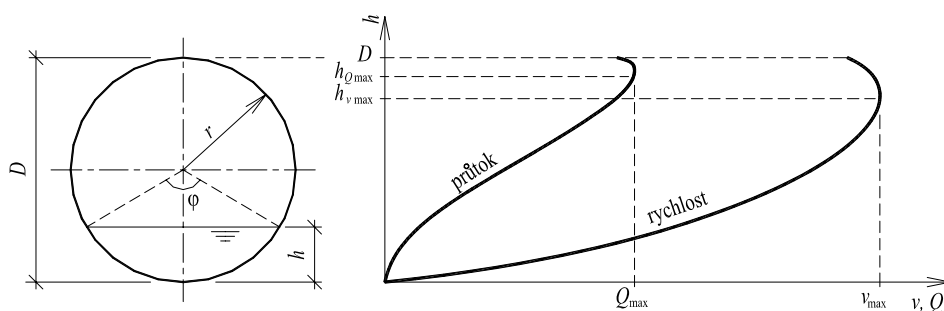
$$O_{\text{kyneta}} = \overline{43567}, \quad O_{\text{berma}} = \overline{123}.$$

Pravidlem je, že svislice se započítávají jen jednou do omočeného obvodu, a to zpravidla do přílehlé části koryta toku s větší hloubkou.

8.5 Uzavřené profily s volnou hladinou

Ve štolách, v propustcích a ve stokách protéká voda někdy s volnou hladinou a hloubkou h , která je menší než výška průřezu D (Obr. 8.5). Toto proudění se výrazně liší od tlakového proudění. Nejčastěji jde o průřezy kruhové, vejčité, parabolické, podkovovité nebo tlamovité.

V zásadě jde opět o proudění s volnou hladinou, u kterého počítáme průřezovou rychlost při rovnoměrném proudění z Chézyho rovnice. Nepravidelnosti nastávají jen při průtocích, jejichž hloubka h se blíží světlé výšce D . Např. u obdélníkového profilu propustku nebo štoly v okamžiku, kdy stoupající voda zaplní celý profil, vzroste náhle omočený obvod o celou světlou šířku profilu, tím se zmenší hydraulický poloměr R , klesne rychlost i průtok. U kruhového profilu (Obr. 8.5) jsou tyto změny plynulé, ale i zde při stoupajícím h roste rychleji omočený obvod než průtočná plocha, takže rychlost i průtok klesají. Maximální průřezová rychlost v_{max} i maximální průtok Q_{max} nastává při hloubce $h < D$, přičemž hloubka při maximální průřezové rychlosti v_{max} je menší než hloubka při maximálním průtoku Q_{max} .



Obr. 8.5 Kruhový průřez potrubí

Výpočet hloubky vody (pro daný průtok Q a podélný sklon dna koryta $i_0 = i$) při ustáleném rovnoměrném proudění v potrubí kruhového průřezu s volnou hladinou se stanoví z měrné křivky, je-li dáno:

- ✖ průměr potrubí D , resp. poloměr r ;
- ✖ drsnostní součinitel stěn potrubí n ;
- ✖ průtok Q ;
- ✖ sklon i ;

Pro výpočet průtoku při poloze hladiny h lze použít tabulku Tab. 8.2.

Tab. 8.2

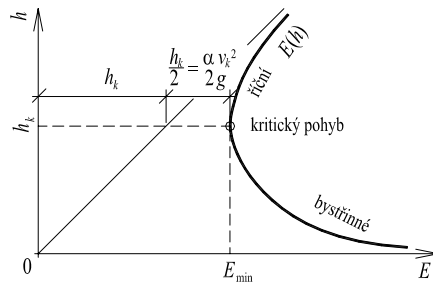
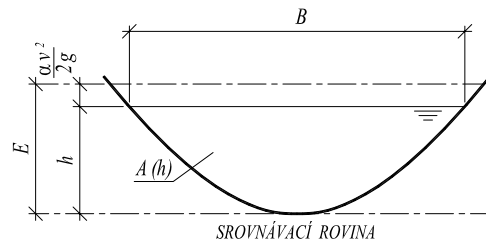
popis	označení	výpočet	jednotka
středový úhel - pro $h < r$ - pro $h > r$	φ	$\varphi = 2 \arccos \frac{r-h}{r}$ $\varphi = 2\pi - 2 \arccos \frac{h-r}{r}$	rad
průtočný průřez	A	$A = \frac{r^2}{2} (\varphi - \sin \varphi)$	m^2
omočený obvod	O	$O = \varphi r$	m
hydraulický poloměr	R	$R = \frac{A}{O}$	m
rychlostní součinitel (dle Manninga)	C	$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$	$\text{m}^{0,5}/\text{s}$
průřezová rychlost	v	$v = C \sqrt{Ri}$	m/s
průtok	Q	$Q = v A$	m^3/s
ztráta třením v korytě	h_t	$h_t = i L$	m

8.6 Proudění kritické, říční a bystrinné



Pro konstantní průtok Q volme v obecném řezu různé hloubky h v mezích od nuly po nekonečno a počítejme příslušné hodnoty energetické výšky průřezu E , které vyneseme graficky (Obr. 8.6). Přičemž energetická výška průřezu E (měrná energie průřezu) je množství mechanické energie, které přísluší jednotce tíhy průtoku určitým průřezem, a je vztažena k úrovni nejnižšího bodu tohoto průřezu (Obr. 8.7):

$$E = h + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g A^2}, \quad A = f(h).$$


Obr. 8.6 Energetická výška průřezu

Obr. 8.7 Měrná energie průřezu


Bliží-li se h a tedy i A k nule, vzrůstá potřebná rychlost k převedení daného Q nade všechnu mez. Jinými slovy E se blíží k nekonečnu. Křivka se asymptoticky blíží k vodorovné ose E (Obr. 8.6).

Vzrůstá-li h do nekonečna, blíží se rychlost potřebná k převedení daného Q k nule a E se opět blíží k nekonečnu. Křivka se asymptoticky blíží k přímce $E = h$, půlicí úhel obou os (Obr. 8.6). Vrcholu E_{\min} , jemuž přísluší hloubka h_k , má nejen shora uvedený význam matematický, že měrná energie průřezu pro dané Q je při něm minimální, ale i důležitý smysl fyzikální. Hloubku h_k nazýváme **kritickou** a proudění pak **proudění kritické**. Proudění při daném konstantním průtoku Q při hloubkách:

- $h > h_k$ nazýváme **říčním prouděním** (velká hloubka a malá rychlost),
- $h < h_k$ **bystrinným prouděním** (malá hloubka a velká rychlost).

Kritické proudění tvoří rozhraní mezi těmito dvěma režimy. Při kritickém pohybu protéká průtok Q daným průřezem s vynaložením nejmenší energie.

Rychlost při kritickém pohybu nazýváme **rychlostí kritickou**, která je přibližně rovna rychlosti šíření translačních vln na hladině. Při říčním proudění je rychlost vody menší než kritická, je tedy menší než rychlost šíření vln, které mohou postupovat po hladině směrem po proudu i proti němu. Povrch proudu říčního je nerovný, zvlněný. Naopak při bystřinném proudění je rychlost proudění větší než rychlost kritická a vlna nemůže tedy postupovat proti proudu. Povrch proudu bystřinného je hladký, lesklý.

✦ **Obdélník šířky b ($A = b h$):**

Pro obdélník je energetické minimum dáno vztahem:

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g b^2}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}; \quad v_k = \sqrt[3]{\frac{g Q}{\alpha b}}; \quad i_k = \frac{v_k^2}{C_k^2 R_k}, \quad (8.9)$$

kde v_k je kritická rychlost, i_k kritický sklon a $q = \frac{Q}{b}$ specifický průtok.

✦ **Symetrický lichoběžník** se sklonem svahů 1:m a se šířkou ve dně b .

Pro daný specifický průtok $q = \frac{Q}{b}$ se určí h_{k0} pro obdélník se šířkou b rovnou šířce dna lichoběžníku. Pro lichoběžník pak s dostatečnou přesností platí:

$$h_k = h_{k0} \left(1 - \frac{\sigma}{3} + 0,105 \sigma^2 \right), \quad \sigma = \frac{m h_{k0}}{b}, \quad h_{k0} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g b^2}}, \quad (8.10)$$

kde σ je součinitel, který charakterizuje sklony svahů lichoběžníkového profilu.

✦ **Částečně plněný kruhový průřez o průměru D :**

- podle Diskina: $h_k = D \left[\frac{1,05 Q}{\sqrt{g D^5}} \right]^{0,513}$ (s platností $0,05 < h_k/D < 0,85$).

- podle Abbotta: $h_k = \frac{\sqrt{0,32 Q}}{D^{1/4}}$.

Př. 8.1

Upravený tok má složený lichoběžníkový příčný profil (Obr. 8.8). Šířka dna kynety je $b_{kyn} = 30$ m, dna berem jsou $b_b = 25$ m široké, břehy jsou ve sklonu 1:2 ($m = 2$) a drsnostní součinitel dna i břehů je $n = 0,032$. Podélný sklon koryta je 0,5 ‰. Podélný i příčný profil jsou na velkou délku pravidelné, proudění v toku není narušeno žádnými objekty, takže hladina se vytvoří rovnoběžně se dnem, pohyb je rovnoměrný. Jaký je průtok Q , který protéká korytem rovnoměrně hloubkou $h = 2$ m.

$$b_{kyn} = 30,0 \text{ m};$$

$$b_b = 25,0 \text{ m};$$

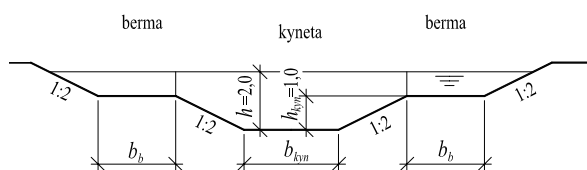
$$n = 0,032;$$

$$i = 0,0005;$$

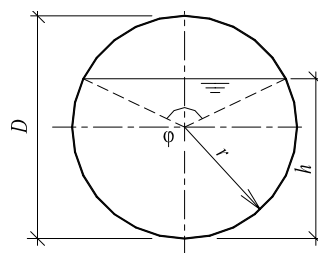
$$h = 2,0 \text{ m};$$

$$m = 2;$$

$$Q = ? \text{ m}^3/\text{s}.$$



Obr. 8.8 Složený profil



Obr. 8.9 Kruhový profil



Řešení:

Průtočné množství vypočteme zvlášť v kynetě a v bermách:

kyneta:

$$\begin{aligned} A_{kyn} &= h (b_{kyn} + m h) - m (h - h_{kyn})^2; \\ A_{kyn} &= 2 \cdot (30 + 2 \cdot 2) - 2 \cdot (2 - 1)^2; \\ A_{kyn} &= 66,0 \text{ m}^2; \end{aligned}$$

$$O_{kyn} = b_{kyn} + 2(h - h_{kyn}) \sqrt{m^2 + 1^2} + 2(h - h_{kyn});$$

$$O_{kyn} = 30 + 2 \cdot (2 - 1) \sqrt{2^2 + 1^2} + 2(2 - 1);$$

$$O_{kyn} = 36,4721 \text{ m};$$

$$R_{kyn} = \frac{A_{kyn}}{O_{kyn}} = \frac{66,0}{36,4721} = 1,8096 \text{ m};$$

$$C_{kyn} = \frac{1}{n} R_{kyn}^{1/6} = \frac{1}{0,032} 1,8096^{1/6};$$

$$C_{kyn} = 34,4969 \text{ m}^{0,5}/\text{s};$$

$$v_{kyn} = C_{kyn} \sqrt{R_{kyn} i};$$

$$v_{kyn} = 34,4969 \sqrt{1,8096 \cdot 0,0005};$$

$$v_{kyn} = 1,038 \text{ m/s};$$

$$Q_{kyn} = A_{kyn} v_{kyn} = 66,0 \cdot 1,038 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_{kyn} = 68,508 \text{ m}^3/\text{s};$$

berma:

$$A_b = (h - h_{kyn}) (b_b + 0,5 m (h - h_{kyn}));$$

$$A_b = (2 - 1) \cdot (25 + 0,5 \cdot 2 \cdot (2 - 1));$$

$$A_b = 26,0 \text{ m}^2;$$

$$O_b = b_b + (h - h_{kyn}) \sqrt{m^2 + 1^2};$$

$$O_b = 25 + (2 - 1) \sqrt{2^2 + 1^2};$$

$$O_b = 27,2361 \text{ m};$$

$$R_b = \frac{A_b}{O_b} = \frac{26,0}{27,2361} = 0,9546 \text{ m};$$

$$C_b = \frac{1}{n} R_b^{1/6} = \frac{1}{0,032} 0,9546^{1/6};$$

$$C_b = 31,0089 \text{ m}^{0,5}/\text{s};$$

$$v_b = C_b \sqrt{R_b i};$$

$$v_b = 31,0089 \sqrt{0,9546 \cdot 0,0005};$$

$$v_b = 0,6775 \text{ m/s};$$

$$Q_b = A_b v_b = 26,0 \cdot 0,6775 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_b = 17,615 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Celkový průtok dostaneme součtem průtoků v kynetě a v bermách:

$$Q = Q_{kyn} + 2Q_b = 68,508 + 2 \cdot 17,615 = 103,738 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Korytem protéká průtok $Q = 103,738 \text{ m}^3/\text{s}$ rovnoměrně hloubkou $h = 2,0 \text{ m}$.



Př. 8.2

Kolik vody protéká kruhovou stokou o průměru $D = 2,0 \text{ m}$, sklonu $i = 1,0\%$, drsnostním součiniteli $n = 0,012$ a hloubkou (plnění) $h = 1,5 \text{ m}$ (Obr. 8.9).

$$D = 2,0 \text{ m};$$

$$r = 1,00 \text{ m};$$

$$i = 0,010;$$

$$n = 0,012;$$

$$h = 1,50 \text{ m};$$

$$Q = ? \text{ m}^3/\text{s}.$$

Řešení:

Výpočet provedeme podle Tab. 8.2:

$$\varphi = 2\pi - 2 \arccos \frac{h - r}{r} = 4,1888 \text{ rad};$$

$$A = \frac{r^2}{2} (\varphi - \sin \varphi) = 2,5274 \text{ m}^2;$$

$$O = \varphi r = 4,1888 \text{ m};$$

$$R = \frac{A}{O} = 0,6034 \text{ m};$$

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = 76,6043 \text{ m}^{0,5}/\text{s};$$

$$v = C \sqrt{R i} = 5,95 \text{ m/s};$$

$$Q = v A = 15,038 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Kruhovou stokou protéká průtok cca $Q = 15,038 \text{ m}^3/\text{s}$.



Kontrolní otázka

- Definujte ustálené rovnoměrné proudění vody v otevřených korytech?

9 Proudění podzemní vody

Část vodních srážek spadlých na povrch zemský stéká vlivem gravitace po povrchu formou plošného odtoku, který se postupně koncentruje do toků a odtéká jako povrchový odtok viz dále v části hydrologie. Část srážek vsakuje pod zemský povrch a jako podzemní – podpovrchová voda se zúčastňuje hydrologického oběhu vody v přírodě. Zeminy a horniny jsou tvořeny pevnou částí (skeletem) a póry, které mohou být vyplněné vodou a plyny. Podpovrchová voda proudí navzájem propojenými dutinami - póry zemin a trhlinami a puklinami hornin.

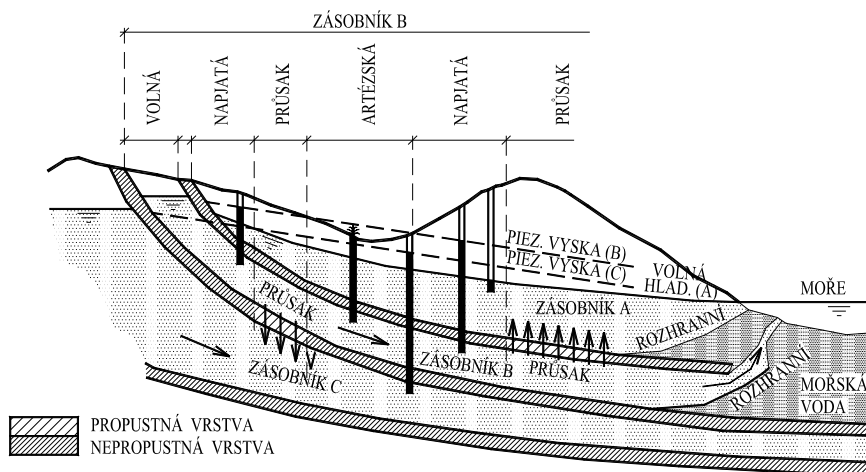


V zeminách a horninách se voda vyskytuje v různých formách:

- voda pevně vázaná – hydroskopická voda ve formě *krystalických a strukturálních vod*, kterou nelze z půd odstranit ani zahřátím nad 105°C ;
- voda vázaná silovým polem povrchu pevných částic (adsorpci) jako tak zvaná *voda obalová* (lze ji odstranit zahřátím nad 105°C);
- voda vázaná v pórech zeminy povrchovým napětím vody jako *kapilární voda*;
- voda volná – *gravitační voda*, která se po překonání výše uvedených sil volně pohybuje zeminami a horninami vlivem gravitace do nižších horizontů.

Geologická formace – geologické prostředí, u kterého jsou póry zcela vyplněny vodou se nazývá zvodnělou vrstvou a tato prostředí podle schopnosti převádět vodu skrz sebe za obvyklých podmínek jsou buď propustná prostředí, polopropustná prostředí a nepropustná prostředí, která mohou, nebo nemusí obsahovat ve svých pórech vodu (jíly nebo kompaktní skalní horniny).

Voda ve zvodnělých vrstvách může být s volnou hladinou nebo je pod tlakem (např. artéská voda). Volná hladina je imaginární hladina, na které je statický tlak roven atmosférickému tlaku. Její úroveň koresponduje s hladinami v pozorovacích studnách – piezometrech. Jednotlivé typy zvodnělých vrstev jsou patrné z Obr. 9.1.

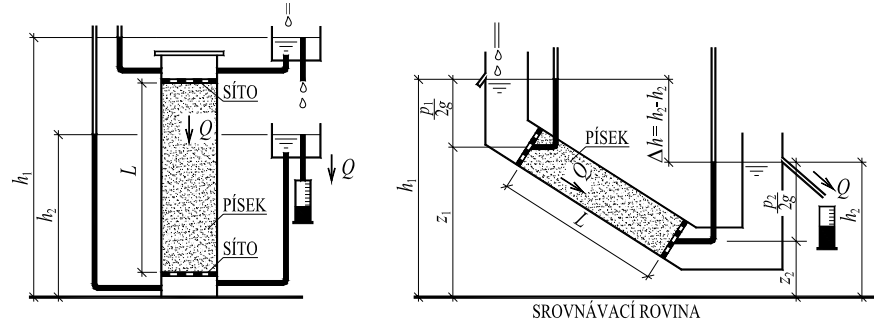


Obr. 9.1 Typy zvodnělých vrstev

Studiem pohybu – proudění podzemních – podpovrchových vod se zabývá hydraulika podzemních vod. Rovnice popisující proudění podzemních vod jsou odvozeny z obecných rovnic hydrodynamiky se zahrnutím specifík tohoto proudění. Proudění vody v porézním prostředí je velmi složité proudění závislé

jak na struktuře – geometrii porézního prostředí tak na fyzikálních vlastnostech kapaliny. Proto k řešení úloh proudění podzemních vod využíváme principu spojitosti a determinismu známých z fyziky.

9.1 Darcyho vztah



Obr. 9.2 Darcyho filtrační přístroj



V letech 1852-1855 prováděl první experimenty proudění vody písčitými filtry v Dijonu Henry Darcy. Výsledky získané z výsledků experimentů konaných na přístroji znázorněném na Obr. 9.2 publikoval v roce 1856. Dospěl k závěru, že celkový průsak Q vzorkem zeminy ve válci je přímo úměrný průtočnému průřezu válce A , rozdílu $h_1 - h_2$, konstantě k a nepřímo úměrný délce vzorku L :

$$Q = k A \frac{h_1 - h_2}{L} . \quad (9.1)$$

Převýšení hladiny v piezometru nad srovnávací rovinou

$$h = \frac{p}{\rho g} + z$$

se nazývá **piezometrická výška** a představuje součet tlakové a polohové energie příslušející jednotce tíhy průtoku. Kinetickou energii můžeme zanedbat poněvadž rychlost proudění podzemní vody se pohybuje řádově v hodnotách 10^{-3} m/s a menších. Konstanta k má rozměr m/s a nazývá se součinitel hydraulické vodivosti nebo filtrační součinitel. Filtrační součinitel charakterizuje vlastnost porézního prostředí převádět vodu skrz sebe, charakterizuje tvar a rozložení zrn zeminy a pórů a zohledňuje fyzikální vlastnosti protékající vody. Orientační hodnoty uvádí Tab. 9.1.

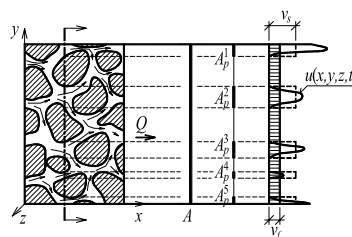
Rovnici (9.1) můžeme zapsat ve tvaru:

$$Q = A v_f = A k i . \quad (9.2)$$

Odkud:

$$v_f = k i , \quad (9.3)$$

což je filtrační rychlost (specifický objemový průsak). Filtrační rychlost v_f je rychlostí fiktivního proudění, kdy předpokládáme, že voda vyplňuje spojitě celou oblast proudění bez ohledu na zrna skeletu.



Obr. 9.3 Řez porézním prostředím

Na Obr. 9.3 je nakreslen řez porézním prostředím, kterým prosakuje voda, a to skutečnou bodovou rychlostí $u(x,y,z,t)$. Kolmo na směr proudění je zvolena průtočná plocha A , kterou prosakuje průtok Q . Tato plocha musí být dostatečně malá vzhledem k oblasti, kterou voda prosakuje, ale naopak dostatečně veliká vzhledem k velikosti pórů. Plocha (Obr. 9.3), kterou prosakuje voda je plochou pórů a platí pro ni:

$$A_p = \sum_i A_p^i = n A,$$

kde n je pórovitost. Pro průtok Q platí:

$$Q = \int u \, dA = v_s A_p, \quad v_s = \frac{Q}{A_p} = \frac{A v_f}{A n} = \frac{v_f}{n} \quad (9.4)$$

kde v_s je střední rychlost filtrující vody v pórech zeminy.

Při pohybu podzemní vody se však část vody nezúčastňuje pohybu. Proto při stanovení střední rychlosti vody v pórech zavádíme tzv. efektivní pórovitost n_{ef} a při poklesech hladiny aktivní pórovitost n_a ($n_a < n_{ef} < n$).

Schopnost porézního prostředí převádět skrze sebe tekutiny (kapaliny a plyny) popisuje součinitel propustnosti k_p :

$$k_p = \frac{k \nu}{g}, \quad (9.5)$$

kde ν je součinitel kinematické viskozity a k součinitel hydraulické vodivosti.

Tab. 9.1 Koeficient hydraulické vodivosti k

Druh zeminy	k [m/s]	Druh zeminy	k [m/s]
jíl	10^{-8} a méně	jemný písek	10^{-5} až $5 \cdot 10^{-5}$
písčité hlína	10^{-6} a méně	hrubozrný písek	10^{-4} až $5 \cdot 10^{-4}$
písky s jílem částicemi	10^{-6} až $2 \cdot 10^{-6}$	šterkopísek	$2 \cdot 10^{-4}$ až 10^{-3} i více

9.2 Jímání podzemní vody

Účelem jímání podzemní vody je jednak její využití jako vody pitné a užitkové, jednak snížení její hladiny při zakládání staveb a odvodňování zemědělské půdy. K jímání podzemní vody se používají tyto druhy jímacích zařízení:

- ✦ svislé jímací zařízení - studny:
 - úplná - zasahuje až na nepropustné podloží;
 - přítok: plášť;
 - neúplná - nezasahuje až na nepropustné podloží;
 - přítok: plášť;
 - dno;
 - s volnou hladinou;
 - tlaková;
- ✦ soustava studní;
- ✦ vodorovná jímací zařízení - zářezy;
- ✦ smíšená jímací zařízení - studny s horizontálními sběrači - studny radiální.



9.3 Úplná studna s volnou hladinou

Úplnou studnou nazýváme takovou studnu, která prochází celou zvodnělou vrstvou až na nepropustné podloží. Voda do studny přitéká pouze pláštěm studny. Odebíráme-li ze studny průtok Q , sníží se hladina v jejím okolí o snížení z a vytvoří rotační plochu - depresní kužel. Vzdálenost, ve které se prakticky neprojeví snížení hladiny podzemní vody při odběru vody studnou nazýváme dosahem - účinnosti studny R (měří se od osy studny). Pro jeho výpočet používáme vzorce:

$$\text{podle Sichardta : } R = 3000 z \sqrt{k} \text{ [m] ;} \quad (9.6)$$

$$\text{podle Kusakina: } R = 575 z \sqrt{k Y} \text{ [m] ,} \quad (9.7)$$

kde z je snížení hladiny ve studni a Y mocnost zvodnělé vrstvy. Dosah snížení R je tím větší, čím je zemina propustnější. Při výpočtu úplné studny vycházíme z následujících předpokladů:

- povrch nepropustného podloží je vodorovný;
- zvodnělá filtrační vrstva o mocnosti Y je homogenní (v dosahu studny je stejný součinitel hydraulické vodivosti k);
- odebírané množství Q je konstantní.

Při výpočtu studny s volnou hladinou vycházíme z Dupuitůva teorému (filtrační rychlost je určena sklonem hladiny) - Obr. 9.4:

$$v_f = k \frac{dy}{dr} \quad (9.8)$$

a válcové plochy soustředné s osou studny můžeme považovat za průtočné plochy. **Ve vzdálenosti r vedeme válcovou filtrační plochu o velikosti $2 \pi r y$** , kterou protéká průtok:

$$Q = A v_f = 2 \pi r y k \frac{dy}{dr}.$$

Po provedení separace proměnných a po integrování v mezích od y_0 do y a od r_0 do r obdržíme rovnici **depresní křivky**:

$$y^2 - y_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{r_0}.$$

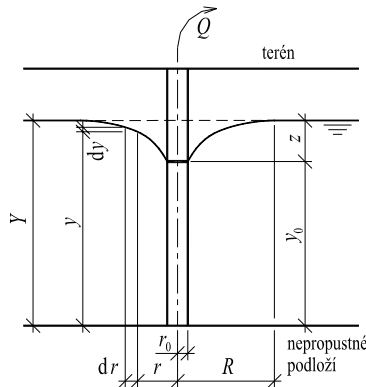
Jedná se logaritmickou křivku, pro níž je původní úroveň hladiny podzemní vody asymptotou. Pro výpočet odběru Q ze studny uvažujeme $y = Y$ a $r = R$:

$$Q = \pi k \frac{Y^2 - y_0^2}{\ln \frac{R}{r_0}}, \quad (9.9)$$

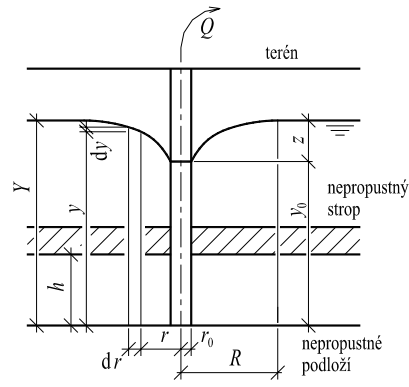
kde k je hydraulická vodivost, Y mocnost zvodnělé vrstvy, y_0 hloubka vody na plášti studny při čerpání, r_0 poloměr studny a R dosah studny.

Při stanovení součinitele hydraulické vodivosti k v dané lokalitě se vychází z výsledků takzvané čerpací zkoušky. Ze studny se odebírá při konstantním snížení hladiny z ve studni průtok Q . Ve dvou sondách (1 a 2) vzdálených od středu studny r_1 a r_2 měříme hloubku vody (y_1 a y_2). Z rovnice (9.9) pak můžeme stanovit pro naměřené hodnoty součinitel hydraulické vodivosti k :

$$k = \frac{Q \ln \frac{r_1}{r_2}}{\pi (y_2^2 - y_1^2)}.$$



Obr. 9.4 Úplná studna s volnou hladinou



Obr. 9.5 Úplná tlaková studna

9.4 Úplná tlaková studna

Je-li zvodnělá vrstva seshora omezená nepropustným nadložím, pak po provrtání této nepropustné vrstvy vystoupí tlaková (napjatá) voda ve studni nebo v sondě do úrovně odpovídající tlakové výšce. Při výtoku nebo při čerpání z tlakové studny vytvoří hladiny v sondách okolo studny depresní plochu a v řezu svislou rovinou depresní křivku. Při řešení předpokládáme, že:

- zvodnělá vrstva je vodorovná,
- má stálou mocnost,
- a je stejnorodá.

Úplná tlaková studna (Obr. 9.5) prochází celou výškou h zvodnělé vrstvy. Voda tedy proudí ke studni koncentrickými válcovými plochami o stálé výšce, tedy $A = 2 \pi r h$ a pro odběr platí:

$$Q = A v_f = 2 \pi r h k \frac{dy}{dr},$$

kde $\frac{dy}{dr}$ je sklon tlakové čáry. Separací proměnných a integrováním v mezích od y_0 do y a od r_0 do r obdržíme rovnici depresní křivky:

$$y - y_0 = \frac{Q}{2 \pi h k} \ln \frac{r}{r_0}. \quad (9.10)$$

Pro výpočet odběru Q zavedeme do výpočtu dosah účinnosti studny a původní úroveň tlakové čáry, tedy $r = R$ a $y = Y$:

$$Q = \frac{2 \pi h k (Y - y_0)}{\ln \frac{R}{r_0}} = \frac{2 \pi h k z}{\ln \frac{R}{r_0}}, \quad (9.11)$$

kde z je snížení hladiny $z = (Y - y_0)$.

9.5 Sběrná štola

Je-li menší výška zvodnělé vrstvy, používáme pro jímání vody sběrné štoly (Obr. 12.6). Předpokládejme sběrnou štolu s obdélníkovým průřezným průřezem, jejíž dno sahá až na nepropustné vodorovné podloží. Filtrace bude symetrická k ose štoly a určíme jednostranný výron podzemní vody q na délce štoly 1m. Bude-li aktivní délka štoly L , dostaneme celkový výron:

$$Q = 2 q L. \quad (9.12)$$



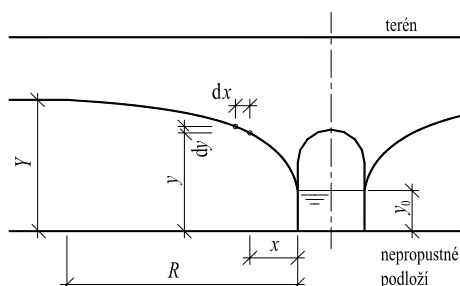


Pro výpočet výronu q použijeme Dupuitovy teorémy, provedeme separaci proměnných a po integrování v mezích od y_0 do Y a od 0 do R obdržíme vztah pro výron na 1 metr délky:

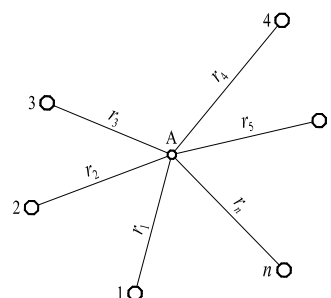
$$q = \frac{k(Y^2 - y_0^2)}{2R}.$$

Celkový výron (z obou stran a na délce L) je

$$Q = 2q = \frac{k(Y^2 - y_0^2)L}{R}. \quad (9.13)$$



Obr. 9.6 Sběrná štola



Obr. 9.7 Soustava studní

9.6 Soustava studní



V praxi často nestačí na větší odběry podzemní vody jedna studna, a proto se čerpá ze soustavy studní (Obr. 9.7). Snížení hladiny je pak také pravidelnější. Toho můžeme využít i při zakládání staveb, když potřebujeme snížit hladinu podzemní vody v okolí stavební jámy. Necht' soustava studní je tvořena n úplnými studnami. Vztah pro polohu hladiny má tvar:

$$y^2 = \frac{Q_c}{\pi k} \left[\frac{1}{n} \ln(r_1 r_2 \dots r_n) - \ln R \right] + Y^2. \quad (9.14)$$

Celkový odběr soustavou studní je:

$$Q_c = \frac{\pi k(Y^2 - y^2)}{\ln R - \frac{1}{n} \ln(r_1 r_2 \dots r_n)}. \quad (9.15)$$

Pro dosah účinnosti R soustavy studní byl vlastně odvozen výraz Kusakínův (9.7), i když se ho používá také pro jednotlivou studnu. Hodnota z je v něm snížení uprostřed soustavy studní, u nesouměrného uspořádání ji uvažujeme v těžišti soustavy.

Rovnice (9.14) a (9.15) se zjednoduší, budou-li **studny na kružnici o poloměru r_s** . Pak pro střed S soustavy platí $r_1 = r_2 = \dots = r_n = r_s$, takže:

$$y^2 = Y^2 - \frac{Q_c}{\pi k} \ln \frac{R}{r_s}, \quad Q_s = \frac{\pi k(Y^2 - y_s^2)}{\ln \frac{R}{r_s}}, \quad (9.16)$$

kde y_s je výška hladiny ve středu S soustavy.



Př. 9.1

Studna o průměru $D = 0,5$ m sahá do nepropustného podloží zvodnělé vrstvy s tlakovou vodou. Úroveň podloží je na kótě 260 m n.m., mocnost zvodnělé vrstvy je $h = 5,0$ m, součinitel hydraulické vodivosti $k = 0,001$ m/s. Určete úroveň tlakové čáry ve vzdálenosti 60 m od osy studny při odběru $Q = 0,006$ m³/s, když se hladina ve studni ustálí na kótě 268 m n.m.

$$\begin{aligned}
 k &= 0,001 \text{ m/s}; & h &= 5,0 \text{ m}; \\
 D &= 0,5 \text{ m}; & r_0 &= 0,25 \text{ m}; \\
 Q &= 0,006 \text{ m}^3/\text{s}; & r &= 60,0 \text{ m}; \\
 y_0 &= (268,0 - 260,0) \text{ m} = 8,0 \text{ m};
 \end{aligned}$$

Řešení:

Z rovnice tlakové čáry čili depresní křivky (12.10) dostaneme:

$$y = y_0 + \frac{Q}{2\pi h k} \ln \frac{r}{r_0};$$

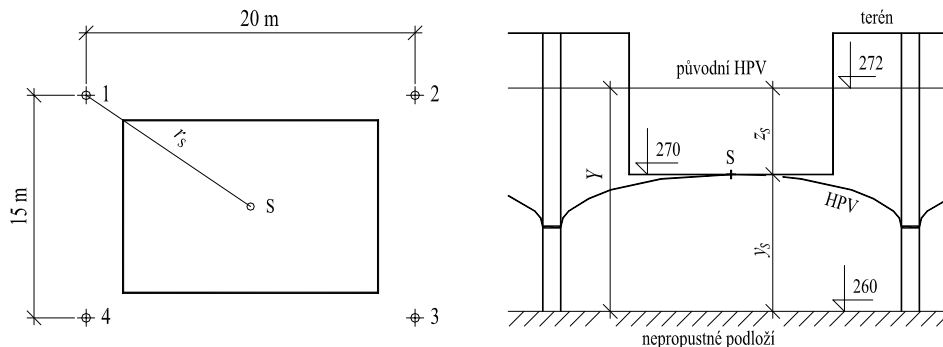
$$y = 9,05 \text{ m}.$$

Ve vzdálenosti 60 m od osy studny bude tedy kóta tlakové čáry 260,0 m n.m. + 9,05 m = 269,05 m.

Př. 9.2

K odvodnění stavební jámy (Obr. 9.8), jejíž dno je na kótě 270 m n.m., jsou navrženy 4 studny. Vypočtete celkový odběr Q_c z této soustavy studní při stejné kapacitě každé jednotlivé studny, je-li původní hladina podzemní vody na kótě 272 m n.m. Nepropustná vrstva, ke které studny sahají je na kótě 260 m n.m. Koeficient hydraulické vodivosti je $k = 0,0005 \text{ m/s}$.

$$\begin{aligned}
 k &= 0,0005 \text{ m/s}; \\
 Y &= (272 - 260) \text{ m} = 12,0 \text{ m}; \\
 y_s &= (270 - 260) \text{ m} = 10,0 \text{ m}; \\
 z_s &= (272 - 270) \text{ m} = 2,0 \text{ m};
 \end{aligned}$$



Obr. 9.8 Návrh studní pro odvodnění stavební jámy

Řešení:

Pro splnění požadavku na odvodnění stavební jámy, je zapotřebí snížit HPV ve středu výkopu S na kótu 270 m n.m. Ve všech ostatních místech jámy, pak bude HPV níže.

$$\begin{aligned}
 \text{Dosah snížení dle Kusakina:} & \quad R = 575 z_s \sqrt{k Y}; \\
 & \quad R = 89,1 \text{ m};
 \end{aligned}$$

$$n = 4 \text{ (studny)} \quad r_s = r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \sqrt{10^2 + 7,5^2} = 12,5 \text{ m};$$

Celkový odběr soustavou studní je podle (9.16):

$$Q_c = \frac{\pi k (Y^2 - y_s^2)}{\ln R - \ln r_s};$$

$$Q_c = 35,2 \text{ l/s}.$$

Na každé čerpadlo připadne $1/4 Q_c$, tedy 8,8 l/s.

Kontrolní otázka

- Jakých hodnot nabývá součinitel hydraulické vodivosti?

10 Závěr

10.1 Shrnutí



Ve studijním textu „Základy hydrauliky“ pro „Vodohospodářské stavby“, který je studijní oporou předmětu Vodohospodářské stavby, jsou uvedeny základy hydrauliky, a to hydrostatika, hydrodynamika, výtok kapaliny otvorem, přepady, ustálené tlakové proudění vody v potrubí, rovnoměrné proudění vody v otevřených korytech a proudění podzemní vody.

11 Studijní prameny

11.1 Seznam použité literatury



Boor, B., Kunštátský, J., Patočka, C. *Hydraulika pro vodohospodářské stavby*. Praha:SNITL/ALFA. 1968. 520 stran.

Hálek, V., Švec, J. *Hydraulika podzemní vody*. Praha:Academia. 1973. 376 stran.

Jandora, J., Stara, V., Starý, M. *Hydraulika a hydrologie*. Brno: Akademické nakladatelství CERM. 2002. ISBN 80-214-2204-1

Jandora, J., Uhmánová, H. *Základy hydrauliky a hydrologie – Příklady*. Brno: Akademické nakladatelství CERM. 1999. ISBN 80-214-1160-0

11.2 Seznam doplňkové studijní literatury



Fletcher, C. A. J. *Computational Techniques for Fluid Dynamics (Volume I and II)*. Berlin. Springer-Verlag. 1991.

Havlík, V., Marešová, I. *Hydraulika I, Příklady*. Praha:ČVUT. 1994. 243 stran. ISBN 80-01-01162-3.

Havlík, V., Marešová, I. *Hydraulika II, Příklady*. Praha:ČVUT. 1995. 245 stran. ISBN 80-01-01384-7.

Kratochvíl, J. a kol. *Hydraulika*. Brno:VUT v Brně. 1991. 148 stran.

Mässiari, E., Kamenský, J. *Hydraulika pre stavebných inžinierov I - Objekty a potrubia*. Bratislava:ALFA. 1986. 344 stran.

Munson, B. R., Young, D. F., Okiishi, T. H. *Fundamentals of fluid mechanics*. New York:John Wiley & Sons, Inc.. 1998. 877 stran. ISBN 0-471-355023-X

Říha, J. a kol. *Matematické modelování hydrodynamických a disperzních jevů*. Brno:VUT v Brně. 1997. 185 stran. ISBN 80-214-0827-8.

12 Autotest



1. Určete hydrostatický tlak na hydrant umístěný v bazénu v hloubce $h = 5,0$ m. V bazénu je voda ($\rho = 1000$ kg/m³).
2. Jaké budou ztráty ve vodovodním potrubí ($n = 0,012$) o průměru $D = 250$ mm a délky $L = 1000$ m při průtoku $Q = 0,035$ m³/s?
3. Určete průtok vody, který protéká hloubkou $h = 1,0$ m v obdélníkovém betonovém korytě ($n = 0,014$) se šířkou ve dně $b = 5,0$ m a sklonem dna $i = 0,001$.

13 Klíč



1. $p_h = 49,05$ kPa (rovnice (3.4)).
2. $h_z = 2,95$ m (rovnice (7.18) a tabulka 7.3).
3. $Q = 9,02$ m³/s ($A = 5$ m², $O = 7$ m, $R = 0,714$ m, $C = 67,5287$ m^{0,5}/s, $v = 1,804$ m/s).