

# STATICKÝ MODEL NOSNÍKU ŘEŠENÍ STATICKY URČITÝCH ROVINNÝCH NOSNÍKŮ PŘÍMÝCH, PROSTĚ PODEPŘENÝCH A KONZOLOVÝCH

**Statika stavebních konstrukcí** se zabývá výpočty stavebních konstrukcí resp. výpočty nosných konstrukcí stavebních objektů. Na každou *stavební konstrukci* lze obecně pohlížet jako na *hmotný útvar – těleso*. Při výpočtech se však zavádí zjednodušení nosných prvků spočívající v jejich idealizaci pomocí prvků:

- **jednorozměrných** – nosník, sloup, prut,
- **dvourozměrných** – deska, stěna, skořepina,
- **trojrozměrných** – blok, opěrná zeď, základový blok, tížná zeď.

## Prutové konstrukce

Prutové konstrukce jsou konstrukce, které jsou tvořeny **pruty**. U těchto prvků převládá délkový rozměr nad rozměry příčnými tj. rozměry příčného řezu prutu. Prutové konstrukce mohou být **rovinné** (3°) nebo **prostorové** (6°).

V případě **rovinných prutových konstrukcí** se všechny pruty resp. jejich střednice, zatížení, jedna z hlavních centrálních os setrvačnosti i reakce vazeb nachází v jedné rovině tzv. **střednicové rovině (rovině souměrnosti)**. Naopak v případě **prostorových prutových konstrukcí** neleží všechny pruty resp. jejich střednice, zatížení, jedna z hlavních centrálních os setrvačnosti i reakce vazeb v jedné rovině.

**Prutová soustava (konstrukce)** vznikne vzájemným spojením několika prutů. Vlastní spojení prutů může být provedeno jako **tuhé (monolitické)** nebo pomocí **vnitřního kloubu (kloubové)**. Při tuhém spojení prutů se koncové průřezy nemohou proti sobě posunout ani potočit. Naopak v případě spojení prutů pomocí vnitřních kloubů může dojít k pootočení nikoli posunu koncových průřezů.

<b>Rovinné prutové konstrukce</b>	<p>a) rovinný nosník s tuhými styčníky</p>	<p>b) rovinná kloubová prutová konstrukce</p>
<b>Prostorové prutové konstrukce</b>	<p>a) prostorový nosník s tuhými styčníky</p>	<p>b) prostorová kloubová prutová konstrukce</p>

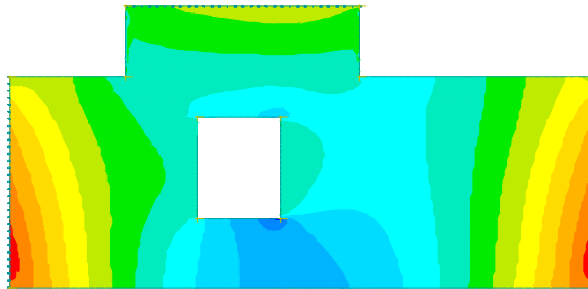
Prutové konstrukce lze rozdělit podle několika kritérií, například podle:

- **průřezové plochy:**
  - pruty konstantního průřezu, pruty proměnného průřezu,
- **tvaru střednice:**
  - přímé, lomené, zakřivené.

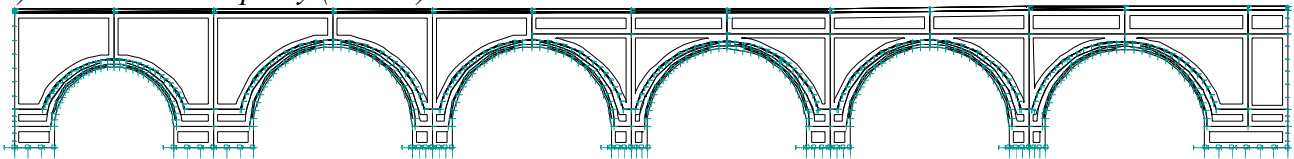
## Plošné konstrukce

Plošné konstrukce jsou konstrukce, které jsou tvořeny **dvojměrnými plošnými prvky**. U těchto prvků převládají dva délkové rozměry nad třetím příčným rozměrem (tloušťkou). Při výpočtech plošných konstrukcí rozlišujeme **desky**, **stěny** a **skořepiny**. Střednicová plocha desek a stěn tvoří **rovinnou plochu**. U skořepin tvoří střednicová plocha obecnou **prostorovou plochu** (válcovou, rotační atd.).

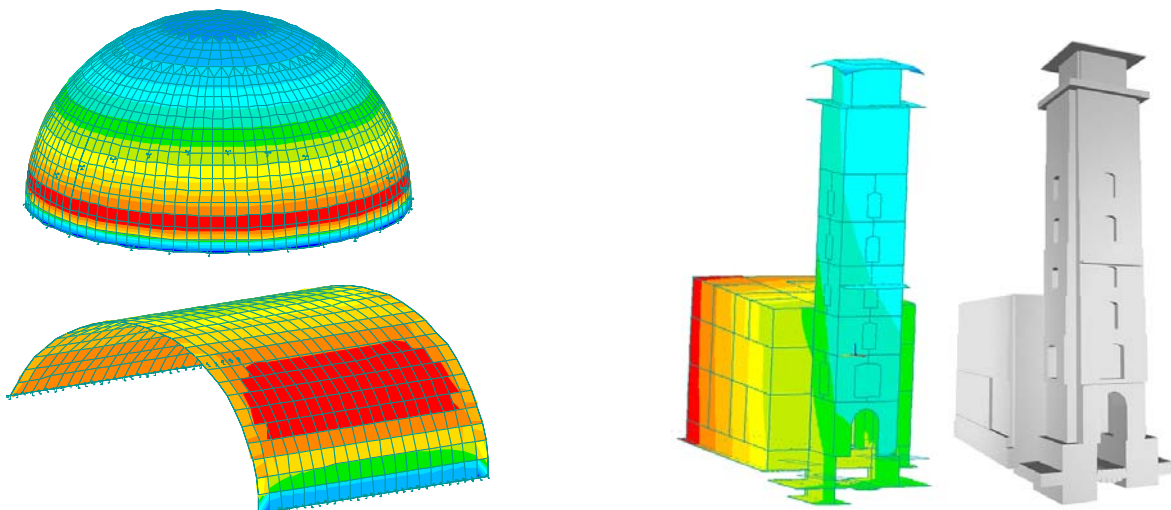
a) *deska – deskové prvky (NEXIS)*



b) *stěna – stěnové prvky (NEXIS)*



c) *skořepina – skořepinové prvky (NEXIS)*



**Desky** jsou zatíženy kolmo na střednicovou rovinu, která leží v polovině tloušťky. **Stěny** jsou naopak zatíženy ve střednicové rovině popř. mohou být zatíženy i mimo střednicovou rovinu, ale výslednice působícího zatížení musí ležet ve střednicové rovině. **Skořepiny** jsou kombinací desek a stěn.

## Masivní konstrukce

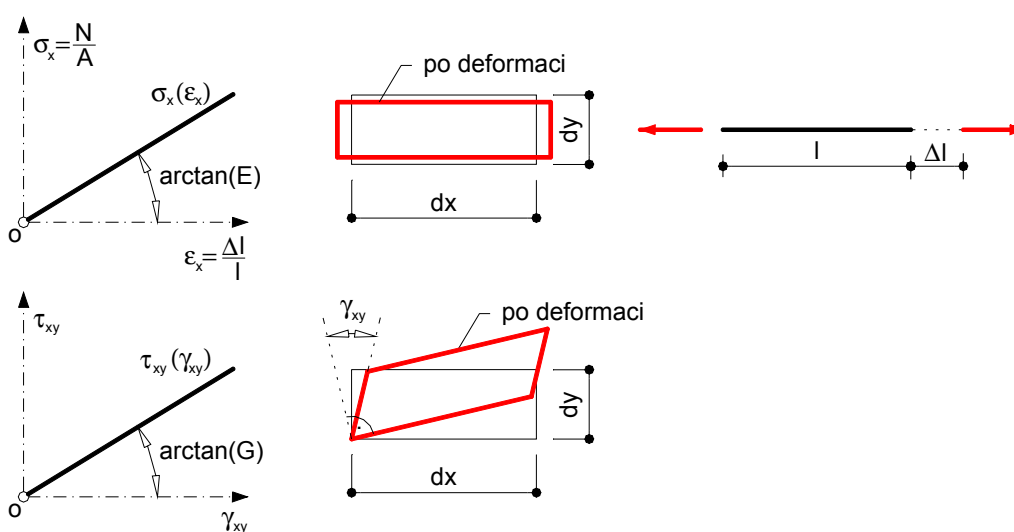
Masivní konstrukce jsou konstrukce, které jsou tvořeny *trojrozměrnými prostorovými prvky*. U těchto prvků nepřevládá žádný rozměr (základové patky, opěrné zdi, přehradní zdi apod.).



## Analýza prutových konstrukcí

Při analýzách prutových konstrukcí prováděných v rámci předmětu „Stavební mechanika I.“ se předpokládá, uvažuje a používá:

1. konstrukce staticky a kinematicky určité (**SU, KU**) –  $v = a, s = a - v = 0$ ,
2. výpočet SU a KU konstrukcí se provádí pomocí statických podmínek rovnováhy,
3. libovolné zatížení působící ve střednicové rovině,
4. *materiálovou* (fyzikální) *linearitu* tj. platnost:
  - a. *Hookova zákona v tahu a tlaku* –  $\sigma_x = E \cdot \epsilon_x$ , kde proměnnou vyjadřující vztah mezi normálovým napětím  $\sigma_x$  a poměrnou deformací (prodloužením / zkrácením)  $\epsilon_x$  je modul pružnosti v tahu a tlaku  $E$  (Youngův modul pružnosti).
  - b. *Hookova zákona ve smyku* –  $\gamma_{xy} = \tau_{xy}/G$ , kde proměnnou vyjadřující vztah mezi zkosením průřezu  $\gamma_{xy}$  a tangenciálním (smykovým) napětím  $\tau_{xy}$  je modul pružnosti ve smyku  $G$ .

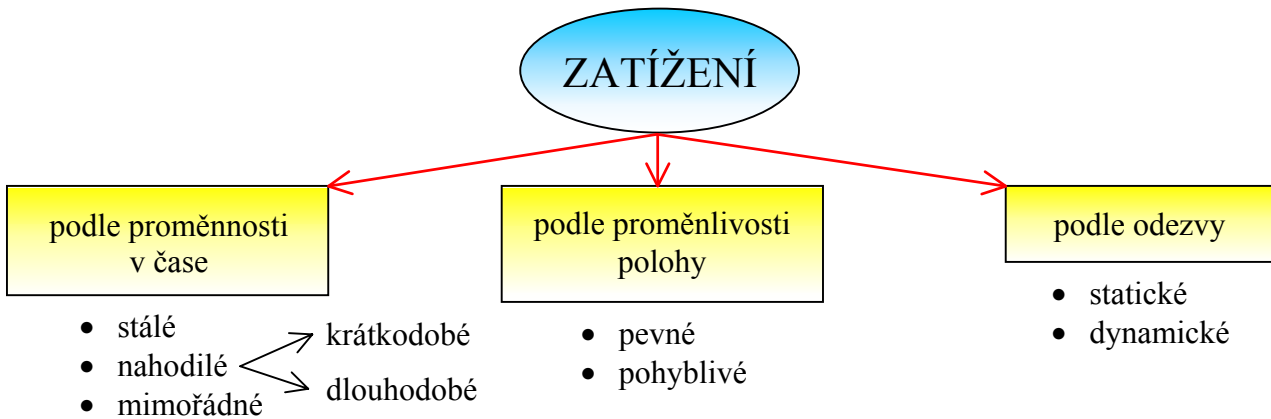


5. *geometrickou linearitu* tj. platnost teorie I. řádu Statické podmínky rovnováhy se sestavují na nepřetvořené konstrukci. Současně platí lineární závislost mezi silami a deformacemi konstrukce.

6. velmi malé deformace tj. velikost přemístění:  $u$  (posunutí ve směru osy  $x$ ),  $v$  (posunutí ve směru osy  $z$ ),  $\varphi$  (pootočení okolo osy  $y$ ) jsou ve srovnání s ostatními částmi konstrukce velmi malé,
7. princip úměrnosti a superpozice účinků.

**Zatížení a idealizace statického působení zatížení na rovinné prutové konstrukce**

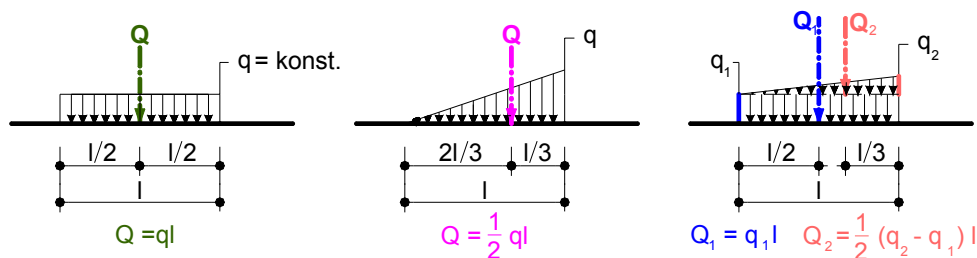
Zatížení, která působí na stavební konstrukce jsou předepsána normami, např. ČSN 73 0035 *Zatížení stavebních konstrukcí*; ČSN 73 6203 *Zatížení mostů* apod. Tato zatížení jsou ve většině případů v čase proměnná. Vlastní dělení zatížení lze provést z několika hledisek, viz. obr.



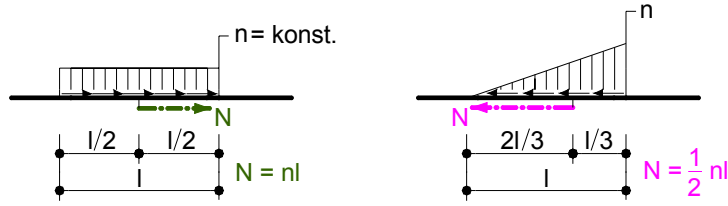
**U rovinných prutových konstrukcí působí zatížení ve střednicové rovině a v rámci výpočtového modelu se uvažuje jeho působení na střednici prutů.** Z hlediska délky působení zatížení na střednici prutů rozlišujeme zatížení na:

- **liniové** = zatížení působící spojitě (po celé délce střednice) nebo nespojitě (na části střednice), např. vlastní váha, sníh, užité zatížení, vítr atd. Intenzita liniového zatížení může být konstantní nebo proměnná. Potom se označuje liniové zatížení jako *rovnoměrné* nebo *nerovnoměrné*. Při výpočtech reakcí vnějších vazeb lze účinek liniového zatížení nahradit výslednicí resp. náhradním břemenem o velikosti plochy zatěžovacího obrazce ( $Q$ ,  $N$ ,  $M$ ). Základní typy liniového zatížení:

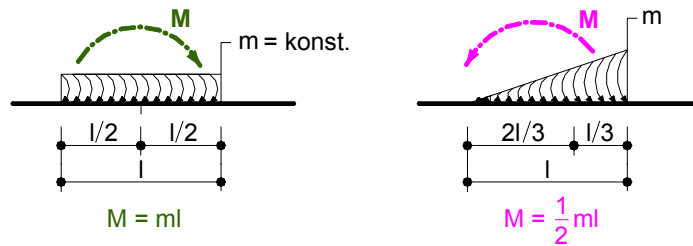
- **spojité příčné zatížení –  $q$  [kN/m]** – působí kolmo na střednici prutů tj. ve směru normály ke střednici prutu; podle intenzity se zatížení dělí na *rovnoměrné* ( $q = konst.$ ) nebo *nerovnoměrné* ( $q$  mění svoji velikost po délce střednice a je její funkcí  $q(x)$ ). Z hlediska výpočtu se spojitě příčné zatížení nahrazuje výslednicí tzv. náhradním břemenem  $Q$ , jehož velikost je rovna obsahu plochy zatěžovacího obrazce resp. součinu délky spojitěho příčného zatížení  $l$  a jeho intenzity  $q$  ( $Q = l \cdot q$ ). Náhradní břemeno působí v těžišti zatěžovacího obrazce kolmo na střednici prutu.



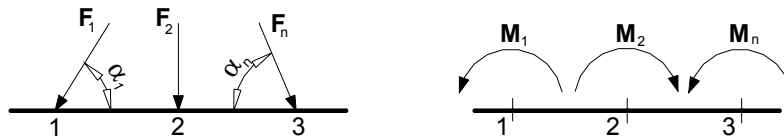
- o **spojité osové zatížení** –  $n$  [kN/m] – působí rovnoběžně se střednicí prutů; podle intenzity se zatížení dělí na *rovnoměrné* nebo *nerovnoměrné*. Z hlediska výpočtu se spojité příčné zatížení nahrazuje výslednicí tzv. náhradním břemenem  $N$ .



- o **spojité momentové zatížení** –  $m$  [kNm/m] – podle intenzity se zatížení dělí na *rovnoměrné* nebo *nerovnoměrné*. Z hlediska výpočtu se spojité momentové zatížení nahrazuje výslednicí tzv. náhradním břemenem  $M$ .

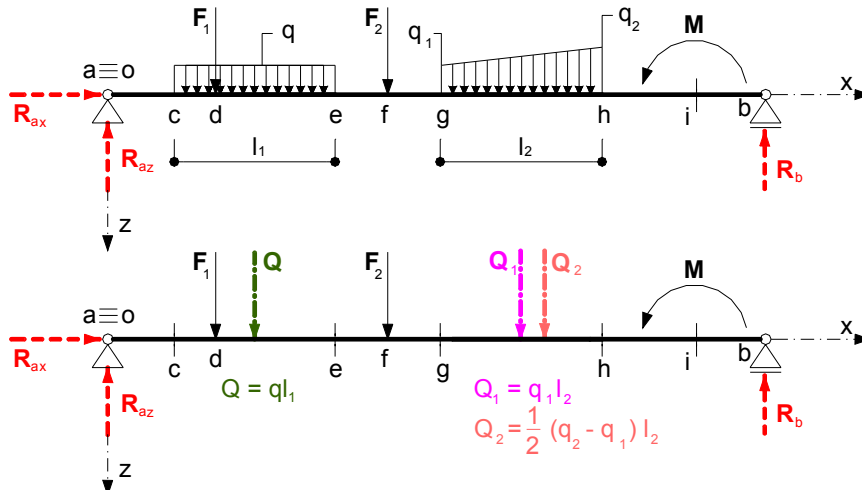


- **osamělé (bodové)** – jedná se o zatížení působící na velmi malé délce. Toto zatížení lze nahradit výslednicí působící osaměle v bodě.
  - o osamělá síla –  $F$  [kN], popř. soustava osamělých sil,
  - o osamělý moment –  $M$  [kNm], popř. soustava osamělých momentů.



**Postup výpočtu diagramů N, V, M při obecném zatížení nosníku**

Před sestrojováním diagramů vnitřních sil  $N$ ,  $V$ ,  $M$  je nutné určit velikosti složek reakcí vnějších vazeb. Po výpočtu reakcí a před sestrojováním diagramů vnitřních sil je vhodné provést rozdělení vyšetřovaného nosníku pomocí dělicích bodů.



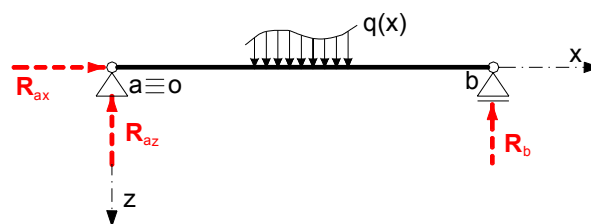
Tyto dělicí body se volí v místě působení osamělých břemen  $F$  ( $d, f$ ),  $M$  ( $i$ ), začátků a konců působení spojitých zatížení  $q$  ( $c, e, g, h$ ), popř. v místě působení náhradních břemen spojitých zatížení  $Q$ . V těchto dělicích bodech se provede výpočet jednotlivých vnitřních sil  $N, V, M$  a pomocí nich se sestrojí pomocí základních pravidel (viz. přednáška č.3; bod „Závěry“, str. 14, 15) vlastní diagramy vnitřních sil.

Při výpočtu vnitřních sil v dělicích bodech se postupuje tak, že se nosník v daném bodě rozdělí řezem na dvě části (levou  $L$ , pravou  $P$ ) a pomocí statických podmínek rovnováhy se vypočítají hodnoty vnitřních sil zleva a zprava. Jelikož musí platit rovnováha vnitřních sil, tak sobě odpovídající vnitřní síly vypočtené zleva i zprava musí být totožné ( $M_{f,L}=M_{f,P}$  atd.). Komplikace nastávají v dělicích bodech pod osamělým zatížením ( $F, M$ ), kde se vnitřní síly vypočtené zleva i zprava musí lišit právě o velikost osamělého zatížení.

### Prostý nosník

Výpočet reakcí vnějších a vnitřních vazeb se provádí pomocí tří statických podmínek rovnováhy. Pro prostý nosník lze tyto statické podmínky rovnováhy napsat ve tvaru:

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow R_{ax} \quad \sum M_{ia} = 0 \rightarrow R_b \quad \sum M_{ib} = 0 \rightarrow R_{az} \quad \text{kontrola: } \sum F_{iz} = 0$$



### Konzola

Výpočet reakcí vnějších a vnitřních vazeb se provádí pomocí tří statických podmínek rovnováhy. Pro konzolu lze tyto statické podmínky rovnováhy napsat ve tvaru:

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow R_{ax} \quad \sum F_{iz} = 0 \rightarrow R_{az} \quad \sum M_{ia} = 0 \rightarrow M_a \quad \text{kontrola: } \sum M_{ib} = 0$$

