ÚVOD

Mechanika (úvod)

Dělení mechaniky:

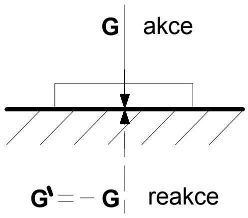
1. podle skupenství vyšetřovaných těles:
   a) mechanika pevných těles,
   b) mechanika kapalin,
   c) mechanika plynů,
2. podle pohybu těles:
   a) statika,
   b) dynamika,
3. podle zpracování látky:
   a) teoretickou,
   b) aplikovanou.

Stavební mechanika = teoretická mechanika aplikovaná na stavební konstrukce.

Zákony a principy stavební mechaniky

Zákony klasické mechaniky formulované Newtonem:

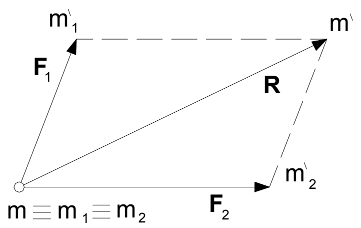
1. **princip setrvačnosti**,
2. **princip síly**,
3. **princip akce a reakce (**Každá akce vyvolá stejně velkou reakci opačného smyslu.)

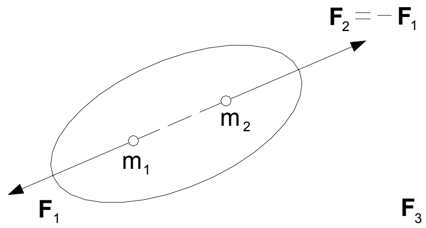


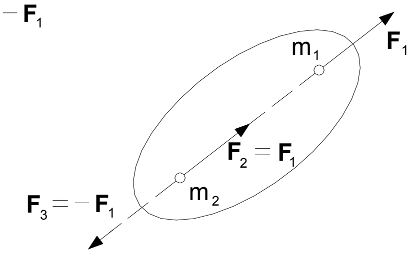
Kromě zákonů se ve stavební mechanice uplatňují principy a axiomy:

1. **princip superpozice účinků**: nechť existuje n samostatných dílčích účinků ***R1…Rn***. Potom výsledný silový účinek ***R*** lze získat jako algebraický součet jednotlivých účinků. V případě vektorů by se jednalo o vektorový součet.
$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i \,,$$
2. **princip úměrnosti**: Působí-li na tuhé těleso soustava obecných sil ***F1…Fn***, které vyvolávají celkový účinek ***R***, potom soustava sil ***k*F1…k*Fn*** vyvolá celkový účinek ***k*R*** (***k*** = konst.).
3. **axiom o výslednici sil**: vektor výslednice ***R*** dvou sil působících v obecném bodě je roven velikosti úhlopříčky rovnoběžníku o stranách rovných vektorům ***F1*** a ***F2***.
$$R = F_1 + F_2 = F_2 + F_1$$
4. **axiom o rovnováze sil**: Obecné dvě síly působící na těleso jsou v rovnováze pouze tehdy, mají-li stejnou velikost, ale opačný směr a působí na stejném paprsku.
$$F_1 + F_2 = 0 \rightarrow F_1 = -F_2 \rightarrow |F_1| = |F_2|$$

5. **axiom o pohybovém stavu tělesa**: Pohybový stav tuhého tělesa se nezmění přidání popř. odebráním rovnovážné soustavy sil k tuhému tělesu popř. od tuhého tělesa.
6. **4+5** „**poučka o působišti síly**“: Celkový účinek síly ***F*** působící v bodě ***m*** se nezmění jejím posunutím do bodu ***m2***, který leží na stejném paprsku.







Silové soustavy

Dělení silových soustav:

1. podle polohy:
   a) přímkové (1D) – síly působí v jedné přímce,
   b) rovinné (2D) – síly působí v jedné rovině,
   c) prostorové (3D) – síly působí obecně v prostoru,
2. podle působišť:
   a) soustavy se společným působištěm,
   b) soustavy rovnoběžných sil,
   c) obecné soustavy sil.

Náhrada soustavy sil *F1…Fn* výslednicí *R*

Jedná se o úlohu (*skládání sil*), kdy libovolnou soustavu sil ***F1…Fn*** nahrazujeme výsledným účinkem, tj. výslednicí ***R*** (***F***; ***F+M***), která vyvozuje na těleso stejný účinek jako uvažovaná soustava sil.

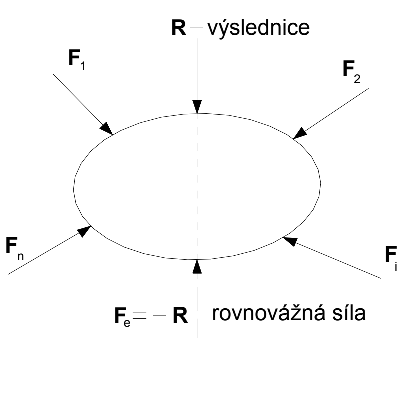
$$R = F_1 + F_2 + ... + F_n$$

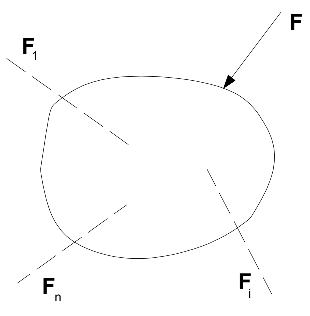
- výslednice ***R*** je ekvivalentní se soustavou sil ***F1…Fn***
- vztahy mezi soustavou ***F1…Fn*** a výslednicí ***R*** se nazývají ***podmínky ekvivalence***. Pomocí podmínek ekvivalence jde řešit úlohy:
  - rozklad síly ***F*** na soustavu sil ***F1…Fn***

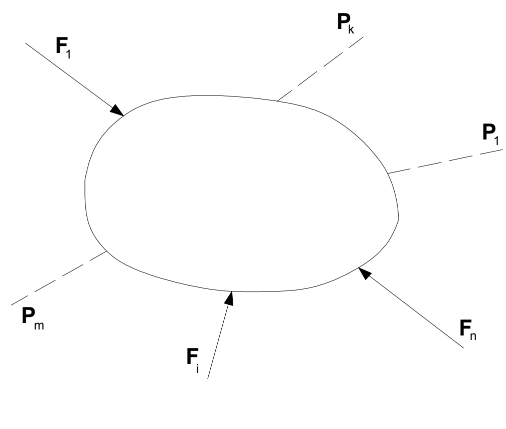
    $$F = F_1 + F_2 + ... + F_n$$

  - nahrazení soustavy ***F1…Fn*** jinou soustavou sil ***P1…Pn*** (A)

    $$\sum_{i=1}^{n} F_i = \sum_{k=1}^{m} P_k$$







Zrušení soustavy sil *F1…Fn* rovnovážnou silou *Fe*

Jedná se o úlohu (B), kdy hledáme k libovolné soustavě sil ***F1…Fn*** rovnovážnou sílu, která uvádí soustavu sil do rovnováhy tj. do nulového výsledného účinku.

$$\left(F_1 + F_2 + \ldots + F_n\right) + F_e = 0$$

- rovnovážná síla ***Fe*** ruší účinek soustavy sil ***F1…Fn***

$$F_e = -R$$

Soustava sil je v rovnováze platí-li vztah: $F_1 + F_2 + \ldots + F_n = 0$.

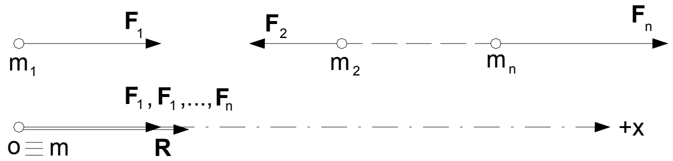
Podmínky, které musí soustava splňovat, tak aby byla v rovnováze se nazývají ***podmínky rovnováhy*** (lze jimi řešit úlohy A, B).

Dále se budeme zabývat **řešením silové soustavy tj. stanovením podmínek ekvivalence a rovnováhy silové soustavy sil (rovinné, prostorové)**.

ROVINNÉ SOUSTAVY SIL

Soustava sil se společným paprskem

Velikost výslednice ***R*** soustavy sil ***F1…Fn*** působící na společném paprsku se získá algebraickým součtem všech sil. Směr působení výslednice sil ***R*** je totožný se směrem společného paprsku sil.



$$R = F_1 - F_2 + \ldots + F_n = \sum_{i=1}^{n} F_i \quad \textit{… podmínka ekvivalence}$$

Je-li algebraický součet všech sil roven nule resp. velikost výslednice ***R*** soustavy sil má nulovou velikost, potom soustava sil ***F1…Fn*** působící ve společném paprsku je v rovnováze.

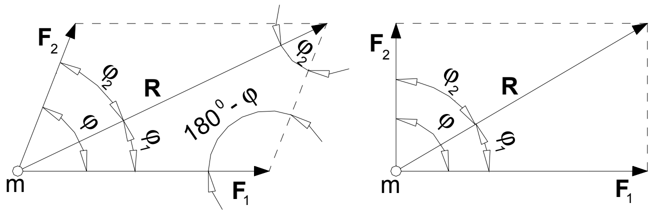
$$R = F_1 - F_2 + \ldots + F_n = \sum_{i=1}^{n} F_i = 0 \quad \textit{… podmínka rovnováhy}$$

Soustavu sil jejíž velikost výslednice ***R*** soustavy sil není nulová lze uvést do rovnováhy pomocí rovnovážné síly ***Fe***

$$F_e = -R\,.$$

Dvě síly působící v jednom bodu

Velikost výslednice ***R*** soustavy dvou sil ***F1***, ***F2*** působící v jednom bodě různými směry je rovna velikosti úhlopříčky rovnoběžníku o stranách rovných vektorům ***F1*** a ***F2***:



- velikost výslednice ***R***

  $$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(180^0 - \varphi)} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\varphi}$$

- úhly mezi výslednicí sil ***R*** a silami ***F1***, ***F2***

  $$\sin\varphi_1 = \frac{F_2}{R}\sin\varphi, \quad \sin\varphi_2 = \frac{F_1}{R}\sin\varphi \quad \rightarrow \quad \frac{R}{\sin(180^0 - \varphi)} = \frac{F_1}{\sin\varphi_2} = \frac{F_2}{\sin\varphi_1}$$

Jsou-li síly ***F1***, ***F2*** na sebe navzájem kolmé, potom platí:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}, \qquad \cos\varphi_1 = \sin\varphi_2 = \frac{F_1}{R}, \qquad \sin\varphi_1 = \cos\varphi_2 = \frac{F_2}{R}\,.$$

V případě obrácené úlohy tj. rozklad výslednice sil ***R*** na dvě složky pomocí známých úhlů lze použít vztahy:

$$F_1 = R\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi}, \qquad F_2 = R\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi}\,.$$

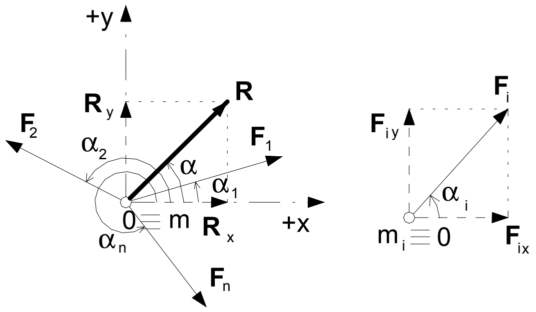
Jsou-li síly ***F1***, ***F2*** na sebe navzájem kolmé, potom platí:

$$F_1 = R\cos\varphi_1 = R\sin\varphi_2\,, \qquad F_2 = R\sin\varphi_1 = R\cos\varphi_2\,.$$

1/1

Rovinná soustava sil se společným působištěm

Řešení rovinné soustavy různoběžných sil tzv. rovinný svazek sil ***F1…Fn*** se společným působištěm ***m*** lze provést *numericky* nebo *graficky*. Každá síla ***Fi*** (***i=1..n***) soustavy sil je charakterizována svojí velikostí, směrem a smyslem (pomocí směrového úhlu alfa).



Každou sílu soustavy sil lze rozdělit pomocí goniometrických funkcí na dvě složky, které jsou na sebe navzájem kolmé a působí ve směru souřadnicových os. Tímto postupem vzniknou místo původní soustavy sil dvě soustavy sil se společným působištěm (jedna soustava působí ve směru osy ***x*** a druhá ve směru osy ***y***). Algebraickým součtem složek sil v příslušných osách lze získat dílčí výslednice ***Rx***, ***Ry***, pro které platí podmínky ekvivalence:

$$R_x = R\cos\alpha = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = \sum_{i=1}^{n} F_i \cos\alpha_i\,,$$

$$R_y = R\sin\alpha = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = \sum_{=1}^{n} F_i \sin\alpha_i\,.$$

rovnice představují statické podmínky ekvivalence pro rovinný svazek sil

Pomocí sil ***Rx***, ***Ry*** je ekvivalentně nahrazena původní soustava sil. Výslednici ***R*** získáme vektorovým součtem

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}\,.$$

Orientaci výslednice ***R*** získáme pomocí goniometrických funkcí:

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{R}, \qquad \sin\alpha = \frac{R_y}{R}.$$

Podmínky rovnováhy:

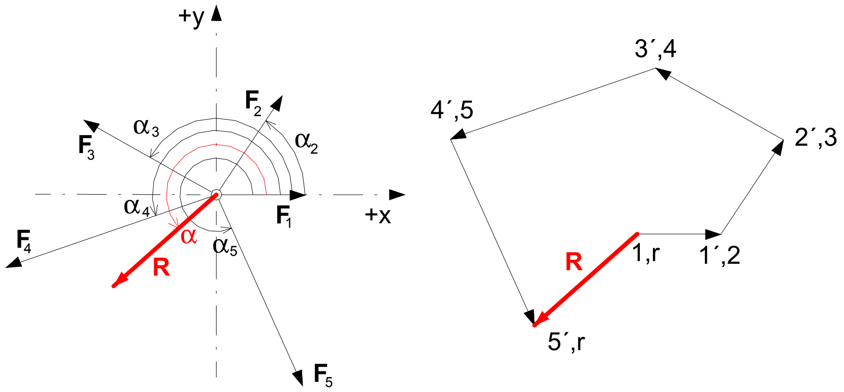
Rovinná soustava sil ***F1…Fn*** se společným působištěm je v rovnováze právě tehdy, když algebraické součty průmětů všech sil soustavy do dvou navzájem kolmých (obecně kosoúhlých) os jsou rovny nule.

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \qquad R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0$$

silové podmínky rovnováhy

1/2

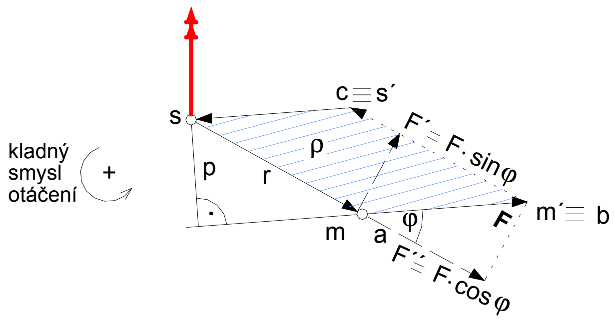
Grafické řešení rovinná soustava sil se společným působištěm:



Statický moment síly k bodu

Statický moment síly ***F*** (moment) k libovolnému bodu ***s*** je definován jako součin síly ***F*** a jejího ramene ***p***. Jedná se o vektor ***Ms*** vázaný k bodu ***s***

$$M = M_s = Fp = Fr \cdot \sin\varphi \, .$$



Základní pojmy:

s … momentový střed,

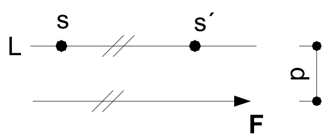
p … rameno (kolmice z bodu ***s*** na paprsek síly ***F***),

ρ … rovina statického momentu.

Základní poučky o statickém momentu síly k bodu:

1. Statický moment ***Ms*** síly ***F*** k libovolnému bodu ***s*** má stejnou velikost ať se bod ***s*** nachází v libovolné pozici na přímce ***L***, která je rovnoběžná se silou ***F***

$$M_s = M_s^I = Fp \, .$$



2. Statický moment ***Ms*** síly ***F*** k libovolnému bodu ***s*** lze nahradit statickým momentem její složky ***F'=F*sin(φ)***, která je kolmá na průvodič ***r*** síly ***F***

$$M_s = Fp = F'r = Fr \cdot \sin\varphi \, .$$

3. **Momentová věta (Varignonova věta)**: Statický moment ***Ms,R*** výslednice silové rovinné soustavy sil ***F1…Fn*** k libovolnému bodu ***s*** je roven vektorovému součtu statických momentů ***Ms1…Msn*** jednotlivých sil soustavy k tomuto bodu

$$M_s = M_{s,R} = M_{s,1} + M_{s,2} + \ldots + M_{s,n} = \sum_{i=1}^{n} M_{s,i} \,.$$

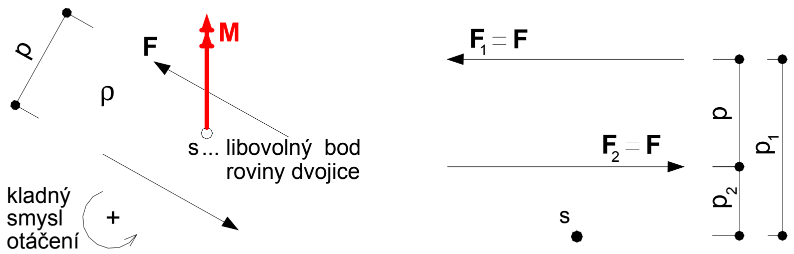
$$M_s = M_{s,R} = \sum_{i=1}^{n} M_{s,i} \;\rightarrow\; M_s = Rr = \sum_{i=1}^{n} F_i p_i \quad \textit{… pro skalární součet v rovině}$$

1/3 

r, ***pi*** … rameno výslednice ***R*** resp. síly soustavy ***Fi*** k bodu ***s***.

Dvojice sil

Dvojice sil je soustava dvou navzájem rovnoběžných sil stejné velikosti, opačného smyslu, které neleží na jednom paprsku. Účinkem této dvojice sil vzniká v rovině ve které působí moment $M = D = Fp$.



Základní poučky o dvojici sil:

1. Statický moment ***Ms*** dvojice sil k libovolnému bodu ***s*** má stálou velikost
$$M_s = D = F(p_1 - p_2) = Fp \,.$$
2. Dvojici sil lze v rovině jejího působení libovolně posunout a pootočit bez změny výsledného účinku.
3. Dvojici sil o momentu ***M*** lze nahradit jinou dvojicí sil působící ve stejné rovině, která má s původní dvojicí sil moment stejné velikosti a smyslu. Např. volíme ***p1***, ***F1***, ***p2*** a dopočítáme ***F2*** pomocí podmínky
$$M = F_1 p_1 = F_2 p_2 \,.$$

Skládání silových dvojic v rovině:

Výsledným účinkem silových dvojic v rovině je jediná dvojice sil o momentu ***Mr***, který je roven algebraickému součtu momentů jednotlivých silových dvojic

$$M_r = M_1 + M_2 + \ldots + M_n = \sum_{i=1}^{n} M_i \quad \textit{… podmínka ekvivalence}$$

Soustava silových dvojic je v rovnováze, právě tehdy když algebraický součet všech momentů dvojic sil je roven nule.

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = \sum_{i=1}^{n} M_i = 0$$

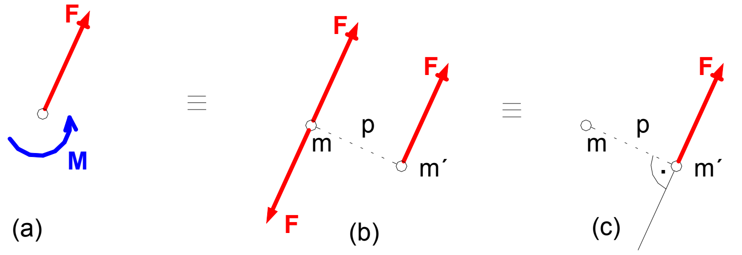
momentová podmínka rovnováhy

Obdobně jako u síly lze soustavu silových dvojic jejíž velikost výsledného momentu ***Mr*** není nulová uvést do rovnováhy pomocí rovnovážné dvojice sil ***Me***

$$M_e = -M_r \,.$$

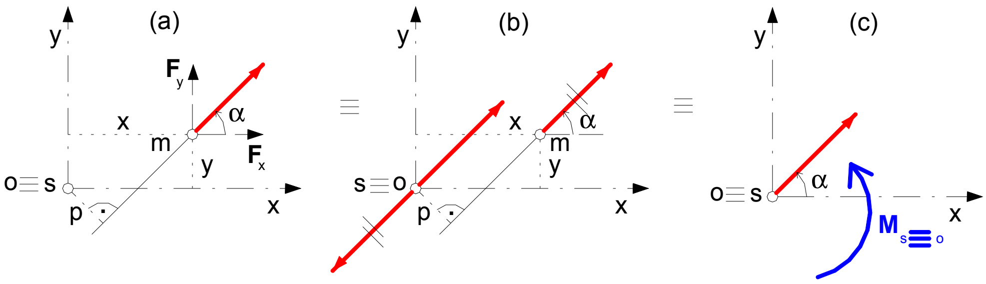
Síla a dvojice sil v rovině

Výsledný účinek síly a dvojice sil (nahrazení síly *F* a momentu *M* jedinou silou)
Výsledným účinkem síly ***F*** působící v bodě ***m*** a dvojice sil o momentu ***M*** je jediná síla ***F***, která je rovnoběžně posunutá o vzdálenost ***p=M/F*** (měřeno kolmo na paprsek síly).



1/4

Redukce síly k bodu
Každou sílu ***F*** působící v libovolném bodě ***m*** lze v rovině jejího působení nahradit jinou silou ***F*** stejné velikosti, směru a smyslu působící v libovolném bodě ***s*** (např. v počátku) a dvojicí sil, jejíž moment ***Ms*** má stejnou velikost jako statický moment původní síly ***F*** k bodu ***m***; ***Ms=F*p***.

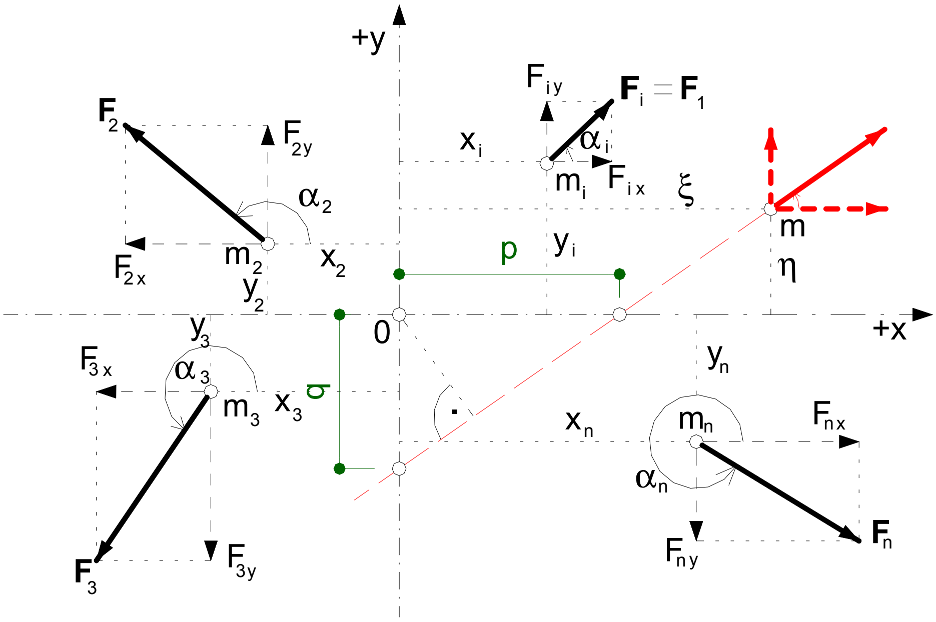


$$M_{o\equiv s} = F_y x - F_x y = F(x\cdot\sin\alpha - y\cdot\cos\alpha)$$

1/5

Soustava sil působící v rovině porůznu

V této kapitole je vysvětlen postup stanovení výsledného účinku soustavy sil působící v rovině porůznu. Každá síla ***Fi*** (***i=1…n***) je v pravoúhlém systému souřadnic jednoznačně zadána svojí velikostí, působištěm ***mi***, souřadnicemi ***(xi,yi)*** a směrem působení pomocí směrového úhlu ***αi***.



ÚLOHA Č.1 – nalezení výslednic (*R, Mo*)

Každou sílu ***Fi*** lze rozložit do směru os souřadnic $F_{ix} = F_i \cos\alpha_i, F_{iy} = F_i \sin\alpha_i$ a pomocí poučky o ***„redukci síly k bodu"*** ji lze přeložit do počátku soustavy souřadnic ***0*** tj. přidat dvě dvojice sil o výsledném momentu $M_{oi} = F_{iy} \cdot x_i - F_{ix} \cdot y_i = F_i (x_i \sin\alpha_i - y_i \cos\alpha_i)$. Při nahrazení všech sil (***i=1…n***) popsaným způsobem dojde k ***ekvivalentnímu nahrazení soustavy sil pomocí tří obecných rovinných soustav***:

1. ***soustava sil Fxi*** → výslednice sil ***Rx***
$$R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = \sum_{i=1}^{n} F_i \cos\alpha_i = R\cos\alpha ,$$
2. ***soustava sil Fyi*** → výslednice sil ***Ry***
$$R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = \sum_{i=1}^{n} F_i \sin\alpha_i = R\sin\alpha ,$$
3. ***soustava silových dvojic Mio*** → výsledný moment ***Mo***
$$M_o = \sum_{i=1}^{n} M_{io} = \sum_{i=1}^{n} F_i (x_i \sin\alpha_i - y_i \cos\alpha_i) .$$

Vztahy | (1, 2, 3) představují ***tři podmínky ekvivalence*** pro soustavu sil působící v rovině porůznu. Pomocí výslednic sil v souřadných osách ***Rx*** a ***Ry*** lze určit výslednici sil ***R*** působící v počátku soustavy souřadnic ***0***

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} ,$$

a směrový úhel resp. směr jejího působení

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{R}, \qquad \sin\alpha = \frac{R_y}{R} .$$

ÚLOHA Č.2 – nahrazení výslednic (*R, Mo*) jedinou silou (*R*)

Výše uvedeným postupem byla soustava sil působící v rovině porůznu nahrazena:

- výslednicí sil ***R*** procházející počátkem soustavy souřadnic (odklon – úhel alfa),
- dvojicí sil o momentu ***Mo*** (k počátku souřadnicové soustavy).

Výslednici ***R*** procházející počátkem soustavy souřadnic a moment ***Mo*** (dvojice sil ***R*** působící na rameni ***r***) lze nahradit jedinou silou ***R*** rovnoběžně posunutou o vzdálenost ***r*** (***Mo=R*r*** → ***r=Mo/R***). Smysl otáčení výslednice ***R*** musí být stejný jako smysl otáčení statického momentu celé soustavy sil ***Mo*** k počátku soustavy souřadnic ***0***. *(uplatnění momentové věty)*

Stejný výsledek lze získat pomocí výslednice sil ***Rx*** a ***Ry*** a souřadnic ξ a η libovolného bodu ***m*** ležícím na paprsku ***R***

$$R_y \cdot \xi - R_x \cdot \eta = M_o \quad \text{… rovnice paprsku výslednice}$$

Úseky ***p*** a ***q***, které paprsek výslednice ***R*** vytíná na souřadnicových osách, se určí pomocí vztahů

$$p ... \eta = 0, \xi = p : \qquad R_y p - R_x \cdot 0 = M_o \Rightarrow p = \frac{M_o}{R_y},$$

$$q ... \xi = 0, \eta = q : \qquad R_y \cdot 0 - R_x q = M_o \Rightarrow q = -\frac{M_o}{R_x}.$$

Závěr: Pomocí úlohy č.1 a č.2 lze získat výsledný účinek obecné rovinné soustavy sil tj. výslednou sílu R.

Podmínky rovnováhy:
Soustava sil ***F1…Fn*** působící v rovině porůznu je v rovnováze pouze tehdy, když algebraické součty průmětů všech sil do souřadnicových os jsou rovny nule a součet statických momentů všech sil k libovolnému bodu ***0*** je také roven nule.

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0, \qquad R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0, \qquad M_o = \sum_{i=1}^{n} M_{io} = 0$$

silové podmínky rovnováhy *momentová podmínka rovnováhy*

K výpočtu lze kromě „klasických“ podmínek rovnováhy (viz. výše) použít také:

- dvě momentové podmínky k libovolným bodům ***a***, ***b*** a jednu podmínku silovou pro směr, který není kolmý na spojnici bodů ***a***, ***b***

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0, \qquad M_a = \sum_{i=1}^{n} M_{ai} = 0, \qquad M_b = \sum_{i=1}^{n} M_{bi} = 0,$$

- tři momentové podmínky k libovolným bodům ***a***, ***b***, ***c***, které neleží na jedné přímce

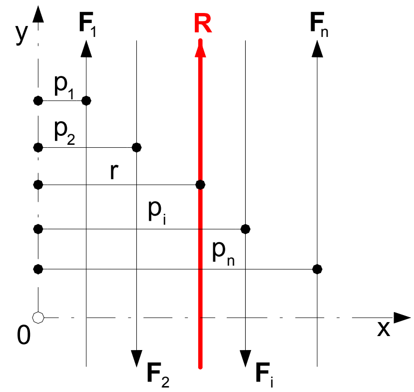
$$M_a = \sum_{i=1}^{n} M_{ai} = 0, \qquad M_b = \sum_{i=1}^{n} M_{bi} = 0, \qquad M_c = \sum_{i=1}^{n} M_{ci} = 0.$$

1/6

Samostatné studium: úloha rozkladu a zrušení výslednice R třemi silami v zadaných paprscích.

Soustava rovnoběžných sil

Jedná se o zvláštní případ soustavy sil působící v rovině porůznu popř. o případ soustavy sil se společným působištěm. *Při této úloze leží průsečík paprsků všech sil v nekonečnu.*



Výsledný účinek:
Velikost výslednice soustavy rovnoběžných sil ***R*** se dána algebraickým součtem všech sil

$$R = \sum_{i=1}^{n} F_i .$$

Polohu výslednice (vzdálenost od předem zvoleného bodu) lze určit pomocí momentové věty

$$M_o = \sum_{i=1}^{n} F_i p_i = Rr \rightarrow r = \frac{M_o}{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i p_i}{R} .$$

Směr působení výslednice ***R*** je shodný se směrem působení jednotlivých paprsků, vlastní orientace záleží na statickém momentu ***Mo*** celé soustavy sil – výslednice ***R*** se vynese na tu stranu, aby statický moment měl stejné znaménko jako moment ***Mo***.

Podmínky rovnováhy:
Soustava rovnoběžných sil ***F1…Fn*** je v rovnováze pouze tehdy, když algebraický součet všech sil a součet statických momentů všech sil soustavy k libovolnému bodu je roven nule.

$$R=\sum_{i=1}^{n}F_i=0, \qquad M_o=\sum_{i=1}^{n}F_i p_i=0$$

silová podmínka rovnováhy *momentová podmínka rovnováhy*

K výpočtu lze kromě „klasických" podmínek rovnováhy (viz. výše) použít také:

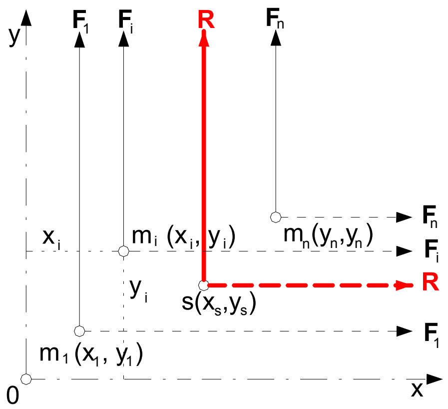
- dvě momentové podmínky k libovolným bodům ***o1***, ***o2***, jejichž spojnice nesmí být rovnoběžná s paprsky sil

$$M_{o_1}=\sum_{i=1}^{n}M_{io_1}=0, \qquad M_{o_2}=\sum_{i=1}^{n}M_{io_2}=0\,.$$

1/7 

Statický střed soustavy rovnoběžných sil

Statický střed soustavy rovnoběžných sil je bod okolo kterého se bude otáčet výslednice rovnoběžných sil R. Lze jej určit jako průsečík paprsků výslednic soustavy rovnoběžných sil pro dva na sebe navzájem kolmé směry.



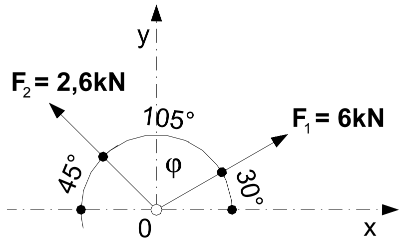
$$Rx_s=\sum_{i=1}^{n}F_i x_i, \qquad -Ry_s=-\sum_{i=1}^{n}F_i y_i$$ ***… momentová věta***

Pro souřadnice statického středu ***(xs,ys)*** soustavy rovnoběžných sil platí vztahy, které vyjadřují podíl statických momentů soustavy sil ***Fi*** k souřadnicovým osám ***x*** resp. ***y*** a jejich výslednice ***R***

$$x_s=\frac{\sum_{i=1}^{n}F_i x_i}{\sum_{i=1}^{n}F_i}, \qquad y_s=\frac{\sum_{i=1}^{n}F_i y_i}{\sum_{i=1}^{n}F_i}\,.$$

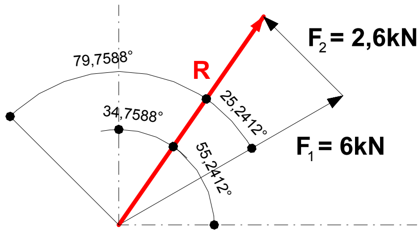
Příklad č.1/1

Početně a graficky určete výslednici ***R*** dvou sil ***F1*** a ***F2*** se společným působištěm v bodě o. Jejich poloha, směr působení a velikost jsou zobrazeny na obrázku.



$$R=\sqrt{F_1^2+F_2^2-2F_1F_2\cos(180^0-\varphi)}=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\varphi}$$

$$R=\sqrt{6^2+2{,}6^2+2\cdot 6\cdot 2{,}6\cdot\cos 105}=5{,}889kN$$

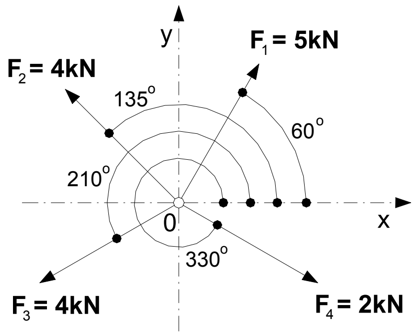


$$\sin\varphi_1=\frac{F_2}{R}\sin\varphi=\frac{2{,}6}{5{,}889}\sin 105=0{,}42645\rightarrow\varphi_1=25{,}2429^\circ$$

$$\sin\varphi_2=\frac{F_1}{R}\sin\varphi=\frac{6}{5{,}889}\sin 105=0{,}98413\rightarrow\varphi_2=79{,}7795^\circ$$

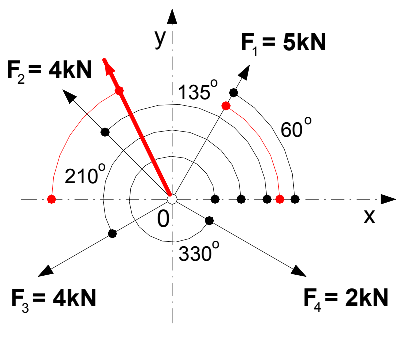
Příklad č.1/2

Určete výslednici ***R*** soustavy čtyř sil ***F1…F4*** se společným působištěm zadaných podle obrázku.



i	Fi [kN]	αi [°]	cos(αi)	sin(αi)	Fi*cos(αi) [kN]	Fi*sin(αi) [kN]
1	5,00	60,00	0,5000000	0,8660254	2,500	4,330
2	4,00	135,00	-0,7071068	0,7071068	-2,828	2,828
3	4,00	210,00	-0,8660254	-0,5000000	-3,464	-2,000
4	2,00	330,00	0,8660254	-0,5000000	1,732	-1,000
				SUMA	**-2,060**	**4,159**

$$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{(-2{,}060)^2+4{,}159^2}=4{,}641kN$$

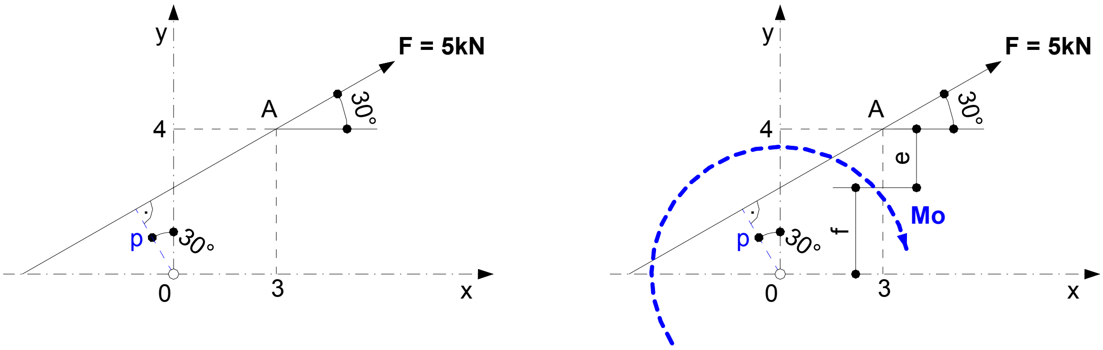


$$\cos\alpha_1=\frac{R_x}{R}=\frac{-2{,}06}{4{,}641}=-0{,}44386\rightarrow\alpha_1=116{,}3511^\circ$$

$$\sin\alpha_2=\frac{R_y}{R}=\frac{4{,}159}{4{,}641}=0{,}89614\rightarrow\alpha_2=63{,}6556^\circ$$

Příklad č.1/3

Je dána síla ***F = 5kN*** působící v bodě ***A(3;4)***. Paprsek síly ***F*** svírá s kladným směrem osy ***x*** úhel 30°. Určete statický moment této síly k počátku soustavy souřadnic ***0*** a naznačte směr jeho působení.



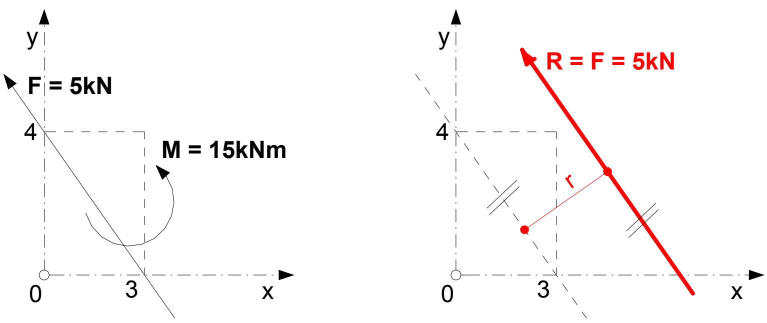
$$\tan 30^\circ = \frac{e}{3} \rightarrow e = 3 \cdot \tan 30^\circ = 1{,}732m$$

$$\cos 30^\circ = \frac{p}{4-e} \rightarrow p = (4-e) \cdot \cos 30^\circ = (4-1{,}732) \cdot \cos 30 = 1{,}964m$$

$$M_o = F_1 \cdot p = 5 \cdot 1{,}964 = 9{,}820kNm$$

Příklad č.1/4

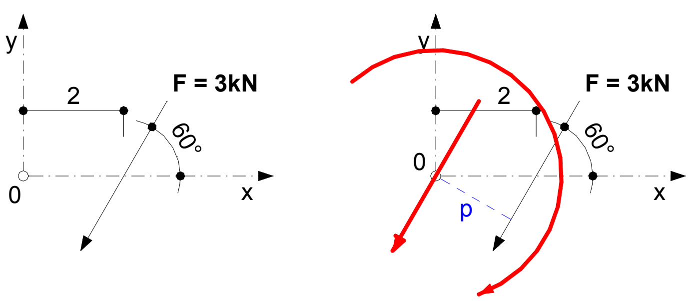
Sílu ***F = 5kN*** a silovou dvojici o statickém momentu ***M = 15kNm*** nahraďte jinou silou ***R***.



$$r = \frac{M}{F} = \frac{15}{5} = 3m$$

Příklad č.1/5

Přesuňte sílu ***F = 3kN*** do počátku soustavy souřadnic ***0*** tak, aby se na jejím účinku nic nezměnilo.

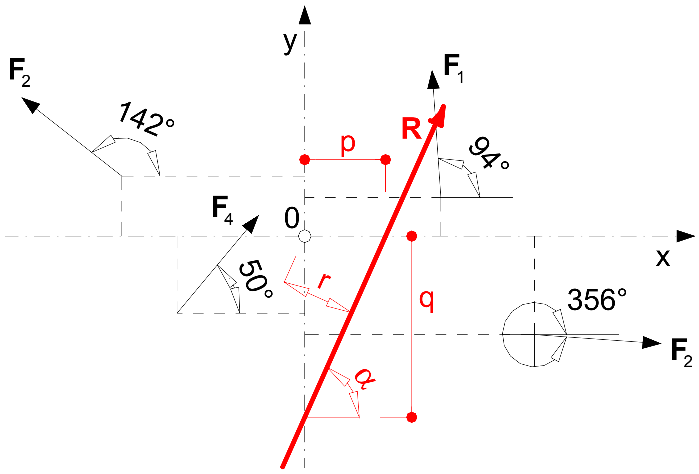


$$\sin 60^\circ = \frac{p}{2} \rightarrow p = 2 \cdot \sin 60^\circ = 1{,}732m$$

$$M_o = F \cdot p = 3 \cdot 1{,}732 = 5{,}196kNm$$

Příklad č.1/6

Stanovte výslednici R obecné rovinné soustavy sil ***F1…F4*** zadané podle obrázku a tabulky.



			působiště sil Fi				průměty sil Fi do os ***x***, ***y***		momenty průmětů k bodu ***0***	
i	Fi [kN]	αi [°]	xi [m]	yi [m]	cos(αi)	sin(αi)	Fix = Fi*cos(αi) [kN]	Fiy = Fi*sin(αi) [kN]	-Fix*yi	Fiy*xi
1	90,00	94,00	3,20	0,90	-0,0697565	0,9975641	-6,278	89,781	5,650	287,298
2	128,00	356,00	5,40	-2,30	0,9975641	-0,0697565	127,688	-8,929	293,683	-48,216
3	94,00	142,00	-4,30	1,40	-0,7880108	0,6156615	-74,073	57,872	103,702	-248,850
4	50,00	50,00	-3,00	-1,80	0,6427876	0,7660444	32,139	38,302	57,851	-114,907
						SUMA	**79,476**	**177,026**	460,886	-124,674
							Rx	**Ry**		
								SUMA	**336,212**	
									Mo	

výslednice ***Rx***: $R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = \sum_{i=1}^{n} F_i \cos\alpha_i = R\cos\alpha = 79{,}476 kN$

výslednice ***Ry***: $R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = \sum_{i=1}^{n} F_i \sin\alpha_i = R\sin\alpha = 177{,}026 kN$

výsledný moment ***Mo***: $M_o = \sum_{i=1}^{n} M_{io} = \sum_{i=1}^{n} F_i (x_i \sin\alpha_i - y_i \cos\alpha_i) = 336{,}212 kNm$

výslednice ***R***: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{79{,}476^2 + 177{,}026^2} = 194{,}049 kN$

odklon výslednice ***R*** os osy ***x***: $\cos\alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{79{,}476}{194{,}049} = 0{,}40956 \rightarrow \alpha = 65{,}82238^\circ \equiv \sin\alpha = \frac{R_y}{R}$

rovnice paprsku výslednice: $177{,}026 \cdot \xi - 79{,}476 \cdot \eta = 336{,}212$

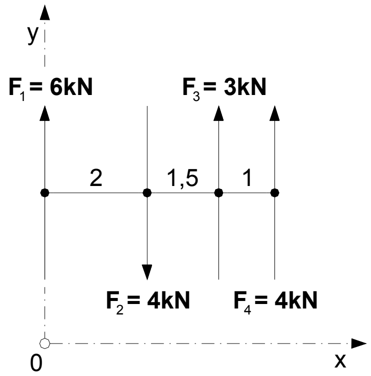
úseky ***p*** a ***q*** na souřadnicových osách:

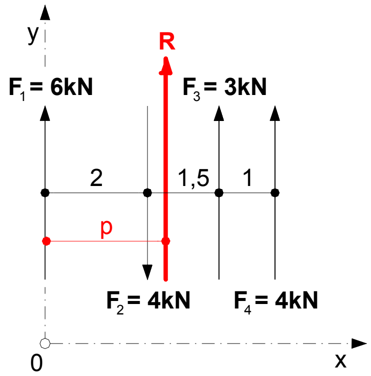
$$p = \frac{M_o}{R_y} = \frac{336{,}212}{177{,}026} = 1{,}899 m \qquad q = -\frac{M_o}{R_x} = -\frac{336{,}212}{79{,}476} = -4{,}230 m$$

rameno výslednice ***R*** od počátku soustavy souřadnic: $r = \frac{M_o}{R} = \frac{336{,}212}{194{,}049} = 1{,}733 m$

Příklad č.1/7

Určete výslednici ***R*** soustavy rovnoběžných sil zadané podle obrázku.





$$R=\sum_{i=1}^{4}F_i=6-4+3+4=9kN$$

$$r=\frac{M_o}{R}=\frac{\sum_{i=1}^{4}F_i p_i}{R}=\frac{6\cdot 0-4\cdot 2+3\cdot 3{,}5+4\cdot 4{,}5}{9}=2{,}277m$$