

Polynomy, jejich kořeny a rozklad na součin

1. Příklad Určete polynomy nejnižšího stupně, aby měly kořeny:

- $x_1 = 1, x_2 = 3;$
- $x_1 = -2, x_2 = 0, x_3 = 2;$
- $x_1 = i, x_2 = -i, x_3 = 1;$
- dvojnásobný kořen $x = 1$, jednoduchý kořen $x = 2;$
- dvojnásobné kořeny $x = i$ a $x = -i$, trojnásobný kořen $x = 0.$

2. Příklad Vydělte polynom $x^3 - 10x^4 + x + 2x^5$ polynomem $2 - 3x + x^3 - x^2.$

3. Příklad Zjistěte násobnost kořene:

- $x = 2$ rovnice $x^5 - 7x^4 + 16x^3 - 8x^2 - 16x + 16 = 0;$
- $x = -2$ rovnice $x^5 + 5x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 4x + 8 = 0;$
- $x = 2$ a $x = 3$ rovnice $x^4 - 10x^3 + 37x^2 - 60x + 36 = 0.$

4. Příklad Určete všechny kořeny polynomů:

- $x^3 + 2x^2 - 3x - 10;$
- $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6;$
- $x^3 - 2x^2 - x + 2;$
- $x^3 + x^2 - 8x - 12;$
- $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4;$
- $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 38x - 24;$
- $x^5 + x^4 - 6x^3 - 14x^2 - 11x - 3;$
- $x^5 - 4x^4 + x^3 - 4x^2.$

5. Příklad Rozložte na součin polynomy z Příkladu 4.

6. Příklad Určete kořeny a rozložte na součin v oboru komplexních čísel:

- $x^2 + x - 6;$
- $x^2 + 3;$
- $3x^2 + 7;$
- $x^2 + x + 1;$
- $x^2 + 3x + 4.$

7. Příklad Určete všechny kořeny (reálné i komplexní) a rozložte na součin v oboru reálných čísel:

- $x^2 + 6x + 9;$
- $3x^2 + 3x - 6;$
- $x^3 + 2x^2 + 16x;$
- $x^4 - 2x^3;$
- $x^3 + 6x^2 + 11x + 6;$
- $x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2;$
- $9x^4 - 4;$
- $x^3 + 3x^2 - 8x + 10;$
- $5x^3 + 2;$
- $6x^3 + 29x^2 - 17x - 60;$
- $x^3 - 3;$
- $x^4 - 2x^2 - 3x - 2;$
- $x^5 - x^4 - 10x^3 - 5x^2 - 21x + 36;$
- $x^4 + 1;$
- $x^6 + 1;$
- $x^4 - 1;$

- q) $x^8 - 16$;
r) $2x^2 - 6$;
s) $x^4 - 15x^3 + 83x^2 - 359x + 290$;
t) $x^7 + 2x^5 + x + 3$.

Racionální lomená funkce

8. Příklad Rozložte na parciální zlomky:

- a) $\frac{x^4+6x^2+x-2}{x^4-2x^3}$;
b) $\frac{2x^2+2x+13}{(x-2)(x^2+1)^2}$;
c) $\frac{1}{(x+1)(x^2+x+1)^2}$.