

l'Hospitalovo pravidlo

1. Příklad Vypočtěte laskavě následující limity:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$; *Výsledek: 2.*
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$; *Výsledek: 0.*
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cotg x - \frac{1}{x})$; *Výsledek: 0.*
- d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\frac{1}{x})^{\operatorname{tg} x}$; *Výsledek: 1.*
- e) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\sin 4x}$; *Výsledek: $-\frac{1}{2}$.*
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{1 - \cos x}$; *Výsledek: 0.*
- g) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$; *Výsledek: $\frac{2}{\pi}$.*
- h) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$; *Výsledek: 1.*
- i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$; *Výsledek: $\frac{1}{2}$.*
- j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin} x}{x}$; *Výsledek: 1.*
- k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin 3x}$; *Výsledek: $\frac{2}{3}$.*
- l) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$; *Výsledek: $\frac{1}{\sqrt{e}}$.*
- m) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$; *Výsledek: 1.*
- n) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{4 + \frac{3}{\ln x}}$; *Výsledek: e^3 .*
- o) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$; *Výsledek: $-\frac{1}{2}$.*
- p) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$; *Výsledek: 0.*
- q) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{arcsin} x)^{\operatorname{tg} x}$; *Výsledek: 1.*
- r) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$; *Výsledek: $\frac{\sqrt{3}}{3}$.*
- s) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2a}} \frac{1 - \sin ax}{(2ax - \pi)^2}$; *Výsledek: $\frac{1}{8}$.*
- t) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x^3}$; *Výsledek: $\frac{1}{3}$.*
- u) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 1)^2}{\sin^3 x}$; *Výsledek: 0.*
- v) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$; *Výsledek: 1.*
- w) $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - x)$; *Výsledek: ∞ .*
- x) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \ln \frac{x+1}{x}$; *Výsledek: 1.*
- y) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(x+1)} \right)$; *Výsledek: $-\frac{1}{2}$.*
- z) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\cotg x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$; *Výsledek: -1.*
- zz) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$; *Výsledek: e^{-6} .*
- yy) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sqrt{\frac{1}{x^2}}$; *Výsledek: 1.*
- xx) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cotg x)^{\frac{1}{\ln x}}$; *Výsledek: e^{-1} .*